

التناسب والتشابه

اضغط على الدرس من خلال الفهرس للانتقال اليه مباشرة



أجب عن الاختبار الآتي:

اختبار للربح

اكتب كل نسبة مما يأتي على صورة كسر اعتيادي في أبسط

صورة: (مهارة سابقة)

١ ٦ أقلام مقابل ٨ دفاتر.

نقسم البسط والمقام على القاسم المشترك الأكبر وهو ٢

$$\frac{٦ \text{ أقلام}}{٨ \text{ دفاتر}} = \frac{٢ \div ٦}{٢ \div ٨} = \frac{٣ \text{ أقلام}}{٤ \text{ دفاتر}}$$

٢ ٢٠ ستمترًا إلى متر واحد.

نقسم البسط والمقام على القاسم المشترك الأكبر وهو ٢٠

$$\frac{٢٠ \text{ سم}}{١ \text{ متر}} = \frac{٢٠ \div ٢٠}{٢٠ \div ١٠٠} = \frac{١ \text{ سم}}{٥}$$

٣ نقود: أنفق أحمد ١٨ ريالاً من ٤٥ ريالاً كانت

معه. اكتب كسرًا اعتياديًا في أبسط صورة يمثل

نسبة ما أنفقه أحمد إلى ما كان معه. (مهارة سابقة)

نقسم البسط والمقام على القاسم المشترك الأكبر وهو ٩

$$\frac{٢}{٥} = \frac{٩ \div ١٨}{٩ \div ٤٥} = \frac{١٨}{٤٥} = \frac{٢}{٥}$$

عبر عن كل معدّل مما يأتي في صورة معدّل وحدة: (مهارة سابقة)

٤ ٢٥٠ ريالاً لـ ٤ ساعات عمل.

$$\frac{٢٥٠ \text{ ريال}}{٤ \text{ ساعات}} = \frac{٤ \div ٢٥٠}{٤ \div ٤} = \frac{٦٢,٥ \text{ ريالاً}}{١ \text{ ساعة}} = ٦٢,٥ \text{ ريال/الساعة}$$

نقسم كلاً من البسط والمقام على ٤ لجعل المقام مساوياً ١

٥ ٣٥٠ كيلومترًا في ١٥ لترًا.

$$\frac{٣٥٠ \text{ كيلومترًا}}{١٥ \text{ لترًا}} = \frac{١٥ \div ٣٥٠}{١٥ \div ١٥} = \frac{٢٣,٣٣ \text{ كيلومترًا}}{١ \text{ لتر}} = ٢٣,٣٣ \text{ كيلومترًا/اللتر}$$

نقسم كلاً من البسط والمقام على ١٥ لجعل المقام مساوياً ١

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي: (مهارة سابقة)

$$\frac{2-6}{5+5} \quad 6$$

بسط $0,4 = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{2-6}{5+5}$

$$\frac{4-7}{4-8} \quad 7$$

بسط $0,75 = \frac{3}{4} = \frac{4-7}{4-8}$

$$\frac{1-3}{9+1} \quad 8$$

بسط $0,2 = \frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{1-3}{9+1}$

$$\frac{7+5}{6-8} \quad 9$$

بسط $6 = \frac{12}{2} = \frac{7+5}{6-8}$

حل كل معادلة مما يأتي: (مهارة سابقة)

$$2 \times \text{س} = 6 \times 5 \quad 10$$

نكتب المعادلة $2 \times \text{س} = 6 \times 5$

نضرب 6×5 ، $2 \times \text{س}$ $2 \times \text{س} = 30$

نقسم على 2 $\frac{2 \times \text{س}}{2} = \frac{30}{2}$

نبسط $\text{س} = 15$

$$7 \times 3 = 1,5 \times \text{ج} \quad 11$$

نكتب المعادلة $7 \times 3 = 1,5 \times \text{ج}$

نضرب 7×3 ، $1,5 \times \text{ج}$ $21 = 1,5 \times \text{ج}$

$$\frac{21}{1,5} = \frac{1,5}{1,5} \quad \text{نقسم على } 1,5$$

$$14 = 1,5 \quad \text{نيسط}$$

$$4 \times 9 = z \times 12 \quad 12$$

$$4 \times 9 = z \times 12 \quad \text{نكتب المعادلة}$$

$$36 = 12z \quad \text{نضرب } 12 \times z, 4 \times 9$$

$$\frac{36}{12} = \frac{12z}{12} \quad \text{نقسم على } 12$$

$$3 = z \quad \text{نيسط}$$

$$l \times 8 = 2 \times 7 \quad 13$$

$$l \times 8 = 2 \times 7 \quad \text{نكتب المعادلة}$$

$$8l = 14 \quad \text{نضرب } 2 \times 7, 8 \times l$$

$$\frac{8l}{8} = \frac{14}{8} \quad \text{نقسم على } 8$$

$$l = 1,75 \quad \text{نيسط}$$

١٤ **الحس العددي:** أوجد العدد الذي ناتج ضربه في أربعة

يساوي ناتج ضرب ثمانية في اثني عشر. (مهارة سابقة)

نفترض أن هذا العدد = س

$$12 \times 8 = 4 \times s \quad \text{نكتب المعادلة}$$

$$96 = 4s \quad \text{نضرب } 4 \times s, 12 \times 8$$

$$\frac{96}{4} = \frac{4s}{4} \quad \text{نقسم على } 4$$

$$24 = s \quad \text{نيسط}$$

العدد المطلوب هو: ٢٤



٨	٣	٢	١
التمن (ريال)	عدد الهدايا		

هدايا : يرغب فهد في شراء عدد من الهدايا لزملائه. وقد شاهد عرضًا في أحد المحلات يقدم الهدية الواحدة بمبلغ ٨ ريال.

- ١ انسخ الجدول أعلاه، وأكمله لإيجاد ثمن أعداد مختلفة من الهدايا.
- ٢ اكتب العلاقة بين ثمن الهدايا وعددها في صورة نسبة ثم بسّطها. ماذا تلاحظ؟

(١) كل هدية ثمنها ٨ ريال

$$\leftarrow ٢ \text{ هدية ثمنها } ٨ = ٨ + ٨ = ٢ \times ٨ = ١٦$$

$$٣ \text{ هدية ثمنها } ٨ = ٣ \times ٨ = ٢٤$$

$$٤ \text{ هدية ثمنها } ٨ = ٤ \times ٨ = ٣٢$$

٣٢	٢٤	١٦	٨	التمن (ريال)
٤	٣	٢	١	عدد الهدايا

(٢) العلاقة بين ثمن الهدايا وعددها بصورة نسبة تكتب كما يلي:

$$\frac{\text{ثمن الهدايا}}{\text{عددتها}} = \frac{٨}{١} = \frac{١٦}{٢} = \frac{٢٤}{٣} = \frac{٣٢}{٤} = ٨ \text{ ريال ثمن كل هدية}$$

نلاحظ مما سبق أن النسبة متساوية أي: **ثمن الهدايا متناسب مع عددتها.**

(أ) **عصير**: في المثال (٢) هل كمية السكر متناسبة مع كمية الماء؟

٢	١	١	١	سكر
٨	٦	٤	٢	ماء

$$\frac{\text{سكر}}{\text{ماء}} = \frac{١}{٢} = \frac{١}{٤} = \frac{١}{٦} = \frac{١}{٨} = \frac{١}{٤}$$

نلاحظ مما سبق أن النسب متساوية وتساوي $\frac{١}{٤}$ لذا: **كمية السكر متناسبة مع كمية الماء**



ب) نقود: مع راشد في بداية العام الدراسي ٤٢٠ ريالاً إذا ادّخر ٢٠ ريالاً كل أسبوع. هل يتناسب المبلغ الإجمالي لكل أسبوع مع عدد الأسابيع؟ وضح إجابتك.

نرسم جدولاً يوضح المبلغ الإجمالي بعد إضافة ما يدخره راشد كل أسبوع لما كان معه سابقاً:

المبلغ	٤٤٠	٤٦٠	٤٨٠	٥٠٠
الأسبوع	١	٢	٣	٤

العلاقة بين المبلغ الإجمالي وعدد الأسابيع = $\frac{\text{المبلغ}}{\text{الأسبوع}}$

$$٤٤٠ = \frac{٤٤٠}{١} \text{ الأسبوع الأول:}$$

$$٢٣٠ = \frac{٤٦٠}{٢} \text{ الأسبوع الثاني:}$$

$$١٦٠ = \frac{٤٨٠}{٣} \text{ الأسبوع الثالث:}$$

$$١٢٥ = \frac{٥٠٠}{٤} \text{ الأسبوع الرابع:}$$

بما أن أبسط صورة للنسب السابقة غير متساوية لذا: المبلغ الإجمالي الذي يوفره راشد كل أسبوع لا يتناسب مع عدد الأسابيع.

تأكد

المثالان ٢.١

١ **فيلة:** يشرب الفيل البالغ ٢٢٥ لترًا من الماء كل يوم تقريبًا. هل يتناسب عدد الأيام مع عدد لترات الماء التي يشربها الفيل؟ وضح إجابتك.

نرسم جدولاً يوضح مجموع كميات المياه التي يشربها الفيل:

عدد الأيام	١	٢	٣	٤
كمية الماء (لتر)	٢٢٥	٤٥٠	٦٧٥	٩٠٠

$$٢٢٥ = \frac{٩٠٠}{٤} = \frac{٦٧٥}{٣} = \frac{٤٥٠}{٢} = \frac{٢٢٥}{١} = \frac{\text{كمية الماء}}{\text{عدد الأيام}}$$

بما أن أبسط صورة للنسب السابقة متساوية وتساوي ٢٢٥ لذا: عدد لترات الماء التي يشربها الفيل تتناسب مع عدد الأيام

٢ **توصيل:** تقوم إحدى شركات الشحن البري بتقاضي ٢٥, ١٥ ريالاً لإيصال الطرد، وتقاضي أيضاً ٧٥, ٠ ريال عن كل كيلوجرام يزيد على الكيلوجرام الأول. هل ما تقاضاه الشركة يتناسب مع وزن الطرد؟ وضح إجابتك.

نرسم جدولاً يوضح ما تقاضاه شركة الشحن على أوزان مختلفة من الطرود:

٤	٣	٢	١	الوزن (كغ)
١٧,٥٠	١٦,٧٥	١٦	١٥,٢٥	الثمن (ريال)

نكتب العلاقة بين وزن الطرد وما تقاضاه الشركة لإيصاله بصورة كسر بأبسط صورة

$$\frac{\text{ثمن الطرد}}{\text{وزن الطرد}} \leftarrow \frac{١٥,٢٥}{١} = ١٥,٢٥, \frac{١٦}{٢} = ٨, \frac{١٦,٧٥}{٣} = ٥,٥٨, \frac{١٧,٥٠}{٤} = ٤,٣٧٥$$

بما أن أبسط صورة للنسب السابقة غير متساوية لذا: لا يتناسب ما تقاضاه الشركة مع وزن الطرد

٣ **لياقة:** في أحد المراكز الرياضية، يشرف كل مدرب على ٢٨ متدرباً، إذا كان هناك ٣ مدربين احتياطيين، فهل يتناسب عدد المتدربين مع عدد المدربين؟ وضح إجابتك.

كل مدرب يشرف على ٢٨ متدرباً وبالتالي

في حال وجود مدرب واحد أساسي يكون في المركز:

$$٢٨ \text{ متدرب} + \text{مدرب أساسي} + ٣ \text{ مدربين احتياط} = ٢٨ \text{ متدرب} + ٤ \text{ مدربين}$$

في حال وجود مدربين أساسيين يكون في المركز:

$$٥٦ \text{ متدرب} + ٢ \text{ مدرب أساسي} + ٣ \text{ مدربين احتياط} = ٥٦ \text{ متدرب} + ٥ \text{ مدربين}$$

بالاعتماد على ما سبق نرسم جدولاً يوضح عدد اللاعبين المرافق لعدد المدربين في المركز:

١١٢	٨٤	٥٦	٢٨	عدد المتدربين
٧	٦	٥	٤	عدد المدربين

نكتب العلاقة بين عدد المتدربين وعدد المدربين بصورة كسر بأبسط صورة

$$\frac{\text{عدد المتدربين}}{\text{عدد المدربين}} \leftarrow \frac{٢٨}{٤} = ٧, \frac{٥٦}{٥} = ١١,٢, \frac{٨٤}{٦} = ١٤, \frac{١١٢}{٧} = ١٦$$

بما أن أبسط صورة للنسب السابقة غير متساوية لذا: لا يتناسب عدد المتدربين مع عدد المدربين



٤ أعمال: يعمل صالح بائعاً في أحد المحال التجارية، ويتقاضى مبلغ ٦٥ ريالاً عن كل يوم عمل. هل يتناسب المبلغ الذي يتقاضاه صالح مع عدد أيام العمل؟ وضح إجابتك.

نرسم جدولاً يوضح مجموع ما يتقاضاه صالح خلال ٤ أيام:

٢٦٠	١٩٥	١٣٠	٦٥	المبلغ
٤	٣	٢	١	عدد الأيام

نكتب العلاقة بين عدد الأيام والمبلغ الذي يتقاضاه صالح أجرة عمله:

$$\frac{\text{المبلغ}}{\text{عدد الأيام}} \leftarrow \frac{٦٥}{١} = \frac{١٣٠}{٢}, \frac{١٩٥}{٣}, \frac{٢٦٠}{٤} = ٦٥$$

نلاحظ أن جميع النسب السابقة يمكن تبسيطها إلى ٦٥ لذا: يتناسب المبلغ الذي يتقاضاه صالح مع عدد أيام عمله

تدرّب وحلّ المسائل

٥ نباتات: ينمو أحد نبات الكرمة - وهو نبات متسلق - بمعدل ٧,٥ أقدام كل ٥ أيام. هل يتناسب عدد الأيام مع طول النبات عند قياسه في اليوم الأخير؟ وضح إجابتك.

نرسم جدولاً يوضح طول النبات بعد كل ٥ أيام:

٣٠	٢٢,٥	١٥	٧,٥	طول النبات
٢٠	١٥	١٠	٥	عدد الأيام

نكتب العلاقة بين عدد الأيام وطول النبات:

$$\frac{\text{طول النبات}}{\text{عدد الأيام}} \leftarrow \frac{٧,٥}{٥} = \frac{١٥}{١٠}, \frac{٢٢,٥}{١٥}, \frac{٣٠}{٢٠} = ١,٥$$

نلاحظ أن جميع النسب السابقة يمكن تبسيطها إلى ١,٥ لذا: يتناسب عدد الأيام مع طول النبات عند قياسه في اليوم الأخير.

٦ درجة الحرارة: للتحويل من درجة حرارة السلسيوس إلى درجة فهرنهايت تضرب الدرجة السيليزية في $\frac{٩}{٥}$ ، ويضاف إليها ٣٢. هل تتناسب درجة الحرارة السيليزية مع درجة الحرارة الفهرنهايتية المكافئة لها؟ وضح إجابتك.

$$\text{درجة الفهرنهايت} = \text{درجة السيليزيوس} \times \frac{٩}{٥} + ٣٢$$

نرسم جدولاً يوضح درجات الحرارة بالسيليزيوس ومقابلاتها بالفهرنهايت حسب المعادلة السابقة:

١٥	١٠	٥	٠	سيليزيوس
٥٩	٥٠	٤١	٣٢	فهرنهايت

نكتب العلاقة بين الدرجة السليزية والدرجة الفهرنهايتية:

$$\frac{\text{الدرجة السليزية}}{\text{الدرجة الفهرنهايتية}} \leftarrow \frac{5}{9}, \frac{1}{5} = \frac{10}{50}, \frac{5}{41}, 0 = \frac{0}{32}$$

نلاحظ أن أبسط صورة للنسب السابقة غير متساوية لذا: لا تتناسب درجة الحرارة السليزية مع درجة الحرارة الفهرنهايتية المكافئة لها.

إعلان: بمناسبة الافتتاح وزع أحد المطاعم ٤١٦ بطاقة لتناول وجبة مجانية يوم الاثنين. وفي اليوم التالي وزع ٥٢ بطاقة في الساعة. استعمل المعلومات السابقة لحل السؤالين ٧، ٨:

٧ هل يتناسب عدد البطاقات الموزعة يوم الثلاثاء مع عدد ساعات العمل في ذلك اليوم؟

نرسم جدولاً يوضح عدد البطاقات التي تم توزيعها خلال ٤ ساعات عمل يوم الثلاثاء:

عدد ساعات العمل	١	٢	٣	٤
عدد البطاقات الموزعة	٥٢	١٠٤	١٥٦	٢٠٨

نكتب العلاقة بين عدد البطاقات الموزعة يوم الثلاثاء وعدد ساعات العمل:

$$\frac{\text{عدد البطاقات الموزعة}}{\text{عدد ساعات العمل}} \leftarrow \frac{52}{1} = \frac{104}{2}, \frac{156}{3}, \frac{208}{4} = 52$$

نلاحظ أن جميع النسب السابقة يمكن تبسيطها إلى ٥٢ لذا: يتناسب عدد البطاقات الموزعة يوم الثلاثاء مع عدد ساعات العمل في ذلك اليوم.

٨ هل يتناسب العدد الكلي للبطاقات الموزعة يومي الاثنين والثلاثاء مع عدد ساعات العمل يوم الثلاثاء؟

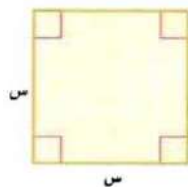
نرسم جدولاً يوضح عدد البطاقات الكلي الموزعة يومي الاثنين والثلاثاء مع عدد ساعات العمل يوم الثلاثاء:

عدد ساعات العمل	١	٢	٣	٤
عدد البطاقات الموزعة	٤٦٨	٥٢٠	٥٧٢	٦٢٤

نكتب العلاقة بين عدد البطاقات الموزعة يومي الاثنين والثلاثاء وعدد ساعات العمل يوم الثلاثاء:

$$\frac{\text{عدد البطاقات الموزعة}}{\text{عدد ساعات العمل}} \leftarrow \frac{468}{1} = \frac{520}{2}, \frac{572}{3}, \frac{624}{4} = 156$$

نلاحظ أن أبسط صورة للنسب السابقة غير متساوية لذا: لا يتناسب عدد البطاقات الموزعة يومي الاثنين والثلاثاء مع عدد ساعات العمل يوم الثلاثاء.



قياس: للسؤالين ٩، ١٠ بين ما إذا كانت القياسات الآتية للشكل المجاور متناسبة أم لا.

٩ طول الضلع وطول المحيط.

نرسم جدولاً يوضح العلاقة بين طول الضلع وطول المحيط:

٤	٣	٢	١	طول الضلع (س)
١٦	١٢	٨	٤	المحيط (س٤)

نكتب العلاقة بين طول الضلع وطول المحيط:

$$\frac{\text{طول المحيط}}{\text{طول الضلع}} \leftarrow \frac{٤}{١} = \frac{٨}{٢}, \frac{١٢}{٣} = \frac{١٦}{٤}$$

نلاحظ أن جميع النسب السابقة يمكن تبسيطها إلى ٤ لذا: يتناسب طول الضلع مع طول المحيط

١٢ طول الضلع والمساحة.

نرسم جدولاً يوضح العلاقة بين طول الضلع وطول المحيط:

٤	٣	٢	١	طول الضلع (س)
١٦	٩	٤	١	المحيط (س١)

نكتب العلاقة بين طول الضلع والمساحة:

$$\frac{\text{المساحة}}{\text{طول الضلع}} \leftarrow \frac{١}{١} = \frac{٤}{٢}, \frac{٩}{٣} = \frac{١٦}{٤}$$

نلاحظ أن أبسط صورة للنسب السابقة غير متساوية لذا: لا يتناسب طول الضلع مع المساحة.

بريد: للسؤالين ١١، ١٢، استعمل الجدول المجاور الذي يبين أجور البريد على رسائل ذات أوزان مختلفة:

١٥٠	١٢٠	٩٠	٦٠	٣٠	الأجرة (ريال)
١٥٠	١٢٠	٩٠	٦٠	٣٠	الوزن (جم)

١١ هل تتناسب أجرة البريد مع وزن الرسالة؟ وضح إجابتك.

من خلال الجدول نكتب العلاقة بين أجرة البريد ووزن الرسالة:

$$\frac{\text{الوزن}}{\text{الأجرة}} \leftarrow \frac{٣٠}{١,٤} = \frac{٢١}{٧}, \frac{٦٠}{٢,٥} = \frac{٢٤}{٣}, \frac{٩٠}{٣,٢} = \frac{٢٨}{٨}, \frac{١٢٠}{٤,٥} = \frac{٢٦}{٣}$$

نلاحظ أن أبسط صورة للنسب السابقة غير متساوية لذا: لا تتناسب أجرة البريد مع وزن الرسالة.

١٢ هل يمكنك إيجاد أجرة إرسال رسالة وزنها ١٥٠ جراماً؟ اشرح.

لا، لأن أجرة البريد لا تتناسب مع وزن الرسالة فلا يمكننا حساب أجرة إرسال رسالة وزنها ١٥٠ جراماً بالاعتماد على التناسب.

مسائل
مهارات التفكير العليا

١٣ مسألة مفتوحة: أعطِ مثلاً واحداً لعلاقة متناسبة، ومثلاً آخر لعلاقة غير متناسبة، وتحقق من المثالين.

مثال لعلاقة متناسبة:

يعمل أحمد في متجر للحلويات ويتقاضى ٣ ريال في الساعة هل تتناسب أجره أحمد في الساعة مع عدد الساعات؟
التحقق:

نرسم جدولاً يوضح العلاقة بين أجره أحمد في الساعة وعدد ساعات العمل:

٤	٣	٢	١	عدد ساعات العمل
١٢	٩	٦	٣	الأجرة

نكتب العلاقة بين الأجرة وعدد ساعات العمل:

$$\frac{\text{الأجرة}}{\text{عدد ساعات العمل}} \leftarrow \frac{3}{1}, \frac{6}{2}, \frac{9}{3}, \frac{12}{4}$$

نلاحظ أن جميع النسب السابقة يمكن تبسيطها إلى ٣ لذا: تتناسب أجره أحمد في الساعة مع عدد ساعات العمل

مثال لعلاقة غير متناسبة:

مع سعيد ٢٠٠ ريال ويدخر كل يوم ٣٠ ريالاً هل يتناسب المبلغ الكلي الذي مع سعيد مع عدد أيام الإدخار؟
التحقق:

نرسم جدولاً يوضح العلاقة بين المبلغ الكلي الذي مع سعيد خلال ٤ أيام من الإدخار:

٤	٣	٢	١	عدد الأيام
٣٢٠	٢٩٠	٢٦٠	٢٣٠	المبلغ الكلي

نكتب العلاقة بين المبلغ الكلي وعدد الأيام:

$$\frac{\text{المبلغ الكلي}}{\text{عدد الأيام}} \leftarrow \frac{230}{1}, \frac{260}{2}, \frac{290}{3}, \frac{320}{4}$$

نلاحظ أن أبسط صورة للنسب السابقة غير متساوية لذا: لا يتناسب المبلغ الكلي الذي مع سعيد مع عدد أيام الإدخار.

١٤ تحدّث: بلغ عمر خالد خلال هذا الشهر ١٠ سنوات، وعمر أخيه أنس ٥ سنوات. وقد لاحظ خالد أن عمره يعادل مثلي عمر أخيه. فهل العلاقة بين عمريهما متناسبة؟ وضح إجابتك مستعيناً بجدول للقيم.

خالد أكبر من أخيه أنس بـ ٥ سنوات

نرسم جدولاً يوضح العلاقة بين عمر خالد وعمر أخيه أنس:

عمر خالد	١٠	١٥	٢٠	٢٥
عمر أنس	٥	١٥	٢٠	٢٥

نكتب العلاقة بين عمر خالد وعمر أنس:

$$\frac{\text{عمر خالد}}{\text{عمر أنس}} \leftarrow \frac{١٠}{٥} = ٢, \frac{١٥}{١٥} = ١, \frac{٢٠}{٢٠} = ١, \frac{٢٥}{٢٥} = ١$$

نلاحظ أن أبسط صورة للنسب السابقة غير متساوية لذا: لا يتناسب عمر خالد مع عمر أنس.

١٥ الكتب مع مهند ٢٠٠ ريال، ويريد شراء ألعاب إلكترونية بسعر ٢٠ ريالاً للعبة الواحدة، ويدعي أن المبلغ الذي يتبقى معه بعد شراء الألعاب يتناسب مع عدد الألعاب التي يشتريها؛ لأن سعر اللعبة ثابت. هل ادعاؤه صحيح؟ إذا كان ما يقوله خطأ فاذكر كميتين متناسبتين في هذا الموقف.

نرسم جدولاً يوضح العلاقة بين المبلغ المتبقي مع مهند وعدد الألعاب الإلكترونية التي اشتراها:

عدد الألعاب	١	٢	٣	٤
المبلغ المتبقي	١٨٠	١٦٠	١٤٠	١٢٠

نكتب العلاقة بين المبلغ الكلي وعدد الأيام:

$$\frac{\text{المبلغ المتبقي}}{\text{عدد الألعاب}} \leftarrow \frac{١٨٠}{١} = ١٨٠, \frac{١٦٠}{٢} = ٨٠, \frac{١٤٠}{٣} = ٤٦, \frac{١٢٠}{٤} = ٣٠$$

نلاحظ أن أبسط صورة للنسب السابقة غير متساوية لذا: لا يتناسب المبلغ المتبقي بعد شراء الألعاب مع عدد الألعاب التي اشتراها مهند لذا فادعاء مهند خاطئ.

الكميتان المتناسبتان في هذا الموقف هما المبلغ الذي دفعه مهند لشراء الألعاب الإلكترونية وعدد الألعاب الإلكترونية التي اشتراها مهند.

التحقق:

نرسم جدولاً يوضح العلاقة بين المبلغ الذي دفعه مهند لشراء الألعاب الإلكترونية وعدد الألعاب التي اشتراها:

عدد الألعاب	١	٢	٣	٤
ثمنها	٢٠	٤٠	٦٠	٨٠

نكتب العلاقة بين ثمن الألعاب وعددها:

$$\frac{\text{ثمن الألعاب}}{\text{عدها}} \leftarrow \frac{٢٠}{١} = ٢٠, \frac{٤٠}{٢} = ٢٠, \frac{٦٠}{٣} = ٢٠, \frac{٨٠}{٤} = ٢٠$$

نلاحظ أن جميع النسب السابقة يمكن تبسيطها إلى ٢٠ لذا: يتناسب المبلغ الذي دفعه مهند لشراء الألعاب الإلكترونية مع عدد الألعاب التي اشتراها.

تدريب على اختبار

١٦ قارن سعيد أسعار قطع الحلوى التي يشتريها من أربعة متاجر مختلفة . أيّ المتاجر كان سعر القطعة الواحدة فيها ثابتاً، مهما كان عدد القطع المشتراة؟

(ج)

المتجر الثالث	
عدد القطع	السعر (ريال)
٣	٣
٦	٦
٩	٩

(أ)

المتجر الأول	
عدد القطع	السعر (ريال)
٣	٣,٥
٦	٦
٩	٨,٥

(د)

المتجر الرابع	
عدد القطع	السعر (ريال)
٣	٣
٥	٦
٧	٩

(ب)

المتجر الثاني	
عدد القطع	السعر (ريال)
٣	٣,٥
٦	٦,٥
٩	٩,٥

الإجابة الصحيحة هي: (ج) المتجر الثالث

التحقق:

نكتب العلاقة بين عدد القطع وسعرها:

$$\frac{\text{عدد القطع}}{\text{سعرها}} \leftarrow \frac{3}{3}, 1 = \frac{6}{6}, 1 = \frac{9}{9}, 1$$

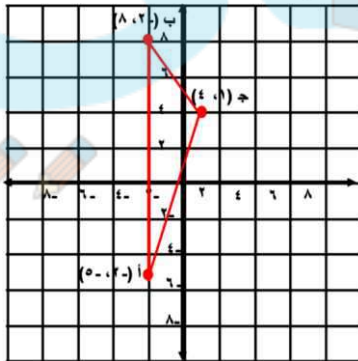
نلاحظ أن جميع النسب السابقة يمكن تبسيطها إلى ١ لذا: يتناسب عدد القطع مع سعرها وبالتالي سعر القطعة ثابت مهما كان العدد ويعادل سعر القطعة الواحدة ١ ريال.

بتطبيق نفس الطريقة على بقية الخيارات نجد وجود تناسب بين عدد القطع وسعرها في بقية المتاجر.

مراجعة تراكمية

٧ هندسة : أوجد محيط المثلث أ ب ج الذي رؤوسه هي أ (٢-، ٥-) ، ب (٢-، ٨) ، ج (١، ٤-).

(الدرس ٢-٧)



نرسم رؤوس المثلث على محور الإحداثيات ونصل بينها لنحصل على المثلث أ ب ج.

محيط المثلث = مجموع أطوال أضلعه.

$$[أب] = \text{صادات النقطة ب} - \text{صادات النقطة أ} = (٥-) - ٨ = ٥ + ٨ = ١٣$$

حسب فيثاغورس (مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمتين):

نعتبر [أج] و [بج] وترًا مثلثين قائمين:

$$[أج]^2 = (\text{سينات النقطة ج} - \text{سينات النقطة أ})^2 + (\text{صادات النقطة ج} - \text{صادات النقطة أ})^2$$

$$[أج]^2 = ((٢-) - ١)^2 + ((٥-) - ٤)^2 = (٢+)^2 + (٥+)^2 = ٢^2 + ٥^2 = ٩ + ٤ = ١٣$$

$$[أج] = \sqrt{٩٠} \approx ٩,٥$$

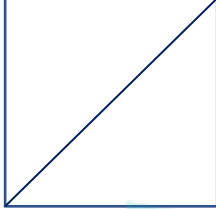
$$[ج ب]^2 = (\text{سينات النقطة ج} - \text{سينات النقطة ب})^2 + (\text{صادات النقطة ب} - \text{صادات النقطة ج})^2$$

$$25 = 16 + 9 = 2(4) + 2(2+1) = 2(4-8) + 2((2-) - 1) = 2[ج ب]$$

$$[ج ب] = \sqrt{25} \approx 5$$

$$\text{محيط المثلث} = [أ ب] + [أ ج] + [ج ب] = 13 + 9,5 + 5 = 27,5$$

١٥ قياس: صالة مربعة الشكل طول كل ضلع من أضلاعها ٤٠ مترًا. أوجد طول قطر الصالة مقربًا إلى الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٢-٦)



قطر المربع هو وتر مثلث قائم متساوي الساقين ضلعا القائمتان هما ضلعان متجاورتان من المربع

حسب فيثاغورس (مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمتين):

$$(\text{القطر})^2 = (\text{طول الضلع})^2 + (\text{طول الضلع})^2$$

$$3200 = 1600 + 1600 = 240 + 240 = 2(\text{القطر})^2$$

$$(\text{القطر}) = \sqrt{3200} \approx 56,6 \text{ سم}$$

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: احسب قيمة كل عبارة مما يأتي:

$$\frac{67-85}{1425-1431} \quad (20)$$

$$\frac{33-45}{8-10} \quad (19)$$

$$3 = \frac{18}{6} = \frac{67-85}{1425-1431}$$

$$6 = \frac{12}{2} = \frac{33-45}{8-10}$$



$$\frac{19-18}{30-25} \quad (22)$$

$$\frac{44-29}{50-55} \quad (21)$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5} = \frac{19-18}{30-25} \quad (+ = -)$$

$$\frac{15}{5} = \frac{44-29}{50-55} \quad (- = +)$$



معدل التغير

٢ - ٣

استعد

عدد الرسائل الإلكترونية الواردة		
عدد الرسائل	٢١٠	٢٣٨
السنة	١٤٣٦هـ	١٤٣٨هـ

بريد إلكتروني: يبين الجدول المجاور عدد الرسائل الواردة إلى بريد أحمد الإلكتروني بين عامي ١٤٣٦هـ و ١٤٣٨هـ.

- ١ ما مقدار التغير في عدد الرسائل الواردة بين عامي ١٤٣٦هـ و ١٤٣٨هـ؟
- ٢ ما مقدار التغير في عدد السنوات؟
- ٣ اكتب معدلاً يقارن بين التغير في عدد الرسائل الإلكترونية والتغير في عدد السنوات. عبّر عن الإجابة في صورة معدل وحدة، ووضّح معناه.

- ١ مقدار التغير في عدد الرسائل الواردة = $238 - 210 = 28$ رسالة
- ٢ مقدار التغير في عدد السنوات = $1436 - 1438 = 2$ سنة
- ٣ المعدل = $\frac{\text{مقدار التغير في عدد الرسائل}}{\text{مقدار التغير في عدد السنوات}} = \frac{28}{2} = 14$ رسالة/سنة

بما أن المعدل موجب أي زاد عدد الرسائل الواردة بمقدار ١٤ رسالة كل سنة بين عامي ١٤٣٦ و ١٤٣٨.

تحقق من فهمك

الطول (سم)	١٣٠	١٤٥
العمر (سنة)	٨	١١

(أ) أطوال: يبين الجدول الآتي طول ثامر عندما كان عمره ٨ سنوات و ١١ سنة. أوجد معدل التغير في طوله خلال هذين العمرين.

$$\text{المعدل} = \frac{\text{مقدار التغير في الطول}}{\text{مقدار التغير في العمر}} = \frac{15 \text{ سم}}{3 \text{ سنة}} = \frac{5 \text{ سم}}{1 \text{ سنة}} = 5 \text{ سم / سنة}$$

بما أن المعدل موجب أي زاد طول ثامر بمعدل ٥ سم في السنة بين عمر ٨ و ١١ سنة

(ب) من الشكل أعلاه، أوجد معدل التغير بين عامي ١٤٢٠هـ و ١٤٢٢هـ.



$$\text{المعدل} = \frac{\text{مقدار التغير في التكلفة}}{\text{مقدار التغير في العمر}} = \frac{3000 - 3500}{1422 - 1420} = \frac{-500}{2} = -250 \text{ ريال / سنة}$$

$$= -250 \text{ ريال / سنة}$$

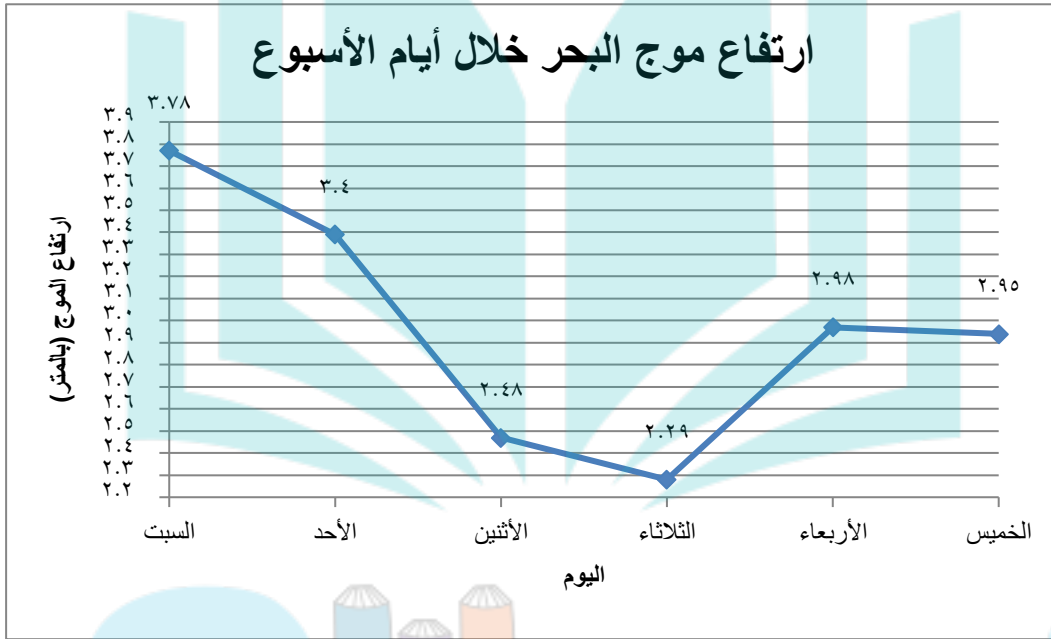
بما أن المعدل سالب أي نقصت تكلفة الأجهزة بمعدل ٢٥٠ ريال في السنة بين عامي ١٤٢٠ و ١٤٢٢.

ج) صف كيف يظهر معدل التغير في الشكل؟

يظهر معدل التغير في الشكل بخط مائل نحو الأسفل من اليسار إلى اليمين وهذا الميلان نحو الأسفل يبين مقدار التناقص في التكلفة

د) أمواج البحر: مثل البيانات الواردة في الجدول أدناه بيانياً. ثم اذكر بين أي يومين كان معدل التغير في ارتفاع موج البحر أكبر؟ وضح إجابتك.

ارتفاع موج البحر					
٢,٩٥	٢,٩٨	٢,٢٩	٢,٤٨	٣,٤٠	٣,٧٨
الخميس	الأربعاء	الثلاثاء	الاثنين	الأحد	السبت



على الرسم البياني الخط الأكثر ميلاناً هو الذي يعبر عن أكبر معدل تغير لذا أكبر معدل تغيير في ارتفاع الموج كان بين يومي الأحد والإثنين كما نجد حسابياً:

$$| \text{معدل التغير في ارتفاع الموج بين يومي الأحد والإثنين} | = | ٣,٤٠ - ٢,٤٨ | = ٠,٩٢ \text{ متر}$$

ولو حسبنا بنفس الطريقة معدل التغير في ارتفاع الموج بين كل يومين متتاليين نجد أن أكبر فارق في التغير كان بين يومي الأحد والإثنين (نحسبه بالقيمة المطلقة لنتمكن من المقارنة لأن الإشارة تعبر عن الانخفاض أو الارتفاع فقط)

الدرجة	الاختبار
٦٧	١
٧٥	٢
٧٧	٣
٨٣	٤
٨٣	٥
٧٩	٦

تأكد

درجات اختبار: للأسئلة ١ - ٣، استعمل المعلومات الواردة في الجدول المجاور الذي يبين درجات حسام في ٦ اختبارات للغة الإنجليزية.

المثال ١

١ أوجد معدل التغير في الدرجات من الاختبار الثاني إلى الرابع.

$$\text{معدل التغير في الدرجات من الاختبار الثاني إلى الرابع} = \frac{83 - 75}{4 - 2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ درجات/اختبار}$$

معدل التغير موجب وبالتالي ازدادت درجات حسام بمعدل 4 درجات لكل اختبار من الاختبار الثاني إلى الرابع

المثال ٢

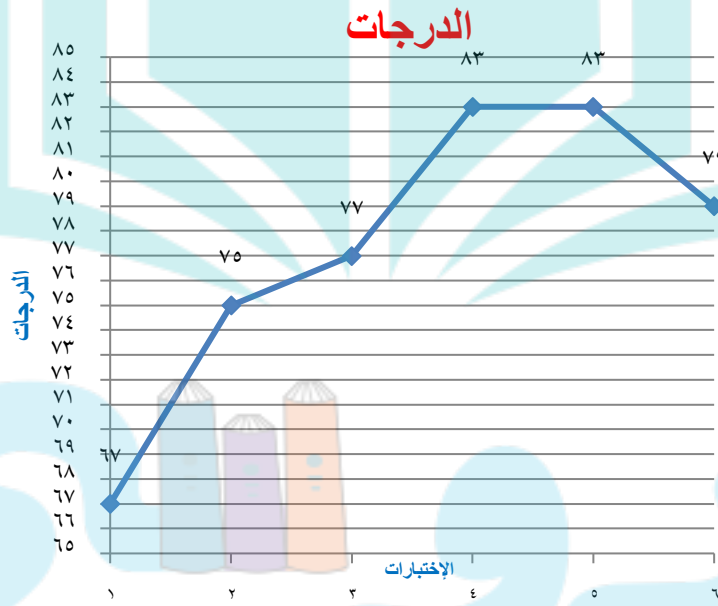
٢ أوجد معدل التغير في الدرجات من الاختبار الخامس إلى السادس.

$$\text{معدل التغير في الدرجات من الاختبار الخامس إلى السادس} = \frac{83 - 79}{6 - 5} = 4 \text{ درجات/اختبار}$$

معدل التغير سالب وبالتالي انخفضت درجات حسام بمعدل 4 درجات لكل اختبار من الاختبار الخامس إلى السادس

المثال ٣

٣ مثل المعلومات الواردة في الجدول بيانياً. وحدد الاختبارين اللذين كان معدل التغير بينهما أكبر. وضح إجابتك.



على الرسم البياني الخط الأكثر ميلاناً هو الذي يعبر عن أكبر معدل تغير لذا **أكبر معدل تغيير درجات حسام كان من الاختبار الأول إلى الثاني**

كما نجد حسابياً:

$$|\text{معدل التغير في ارتفاع الموج بين درجات حسام في الاختبار الأول والثاني}| = |75 - 67| = 8 \text{ درجات}$$

ولو حسبنا بنفس الطريقة معدل التغير الدرجات بين كل اختبارين متتاليين نجد أن أكبر معدل تغير كان بين الاختبار الأول والثاني (نحسبه بالقيمة المطلقة لنتمكن من المقارنة لأن الإشارة تعبر عن الانخفاض أو الارتفاع فقط)

عدد الأجهزة المبيعة	الوقت
٤	١٠:٠٠
٢	١٠:٣٠
١٠	١١:٠٠
١٠	١١:٣٠
١٥	١٢:٠٠
١٠	١٢:٣٠

تدرب وحل المسائل

أجهزة، للأسئلة ٤ - ٦ استعمل المعلومات الواردة في الجدول المجاور الذي يبين عدد الأجهزة المبيعة في أحد المتاجر خلال أوقات مختلفة.

٤ أوجد معدل التغير في عدد الأجهزة المبيعة لكل نصف ساعة بين الوقتين ١٠:٣٠، ١١:٠٠.

معدل التغير في عدد الأجهزة المباعة كل نصف ساعة = $\frac{\text{مقدار التغير في عدد الأجهزة المباعة}}{\text{الوقت مقدراً بالنصف ساعة}}$

$$= \frac{8 \text{ [جهاز]}}{1 \text{ [نصف ساعة]}} = \frac{8 \text{ [جهاز]}}{30 \text{ [دقيقة]}} = \frac{2 - 10}{10:30 - 11:00} = 8 \text{ جهاز/نصف ساعة}$$

بما أن المعدل موجب: أي زاد عدد الأجهزة المباعة بمعدل 8 جهاز كل نصف ساعة

6 أوجد معدل التغير في عدد الأجهزة المباعة لكل نصف ساعة

بين الوقتين 11:00، 11:30.

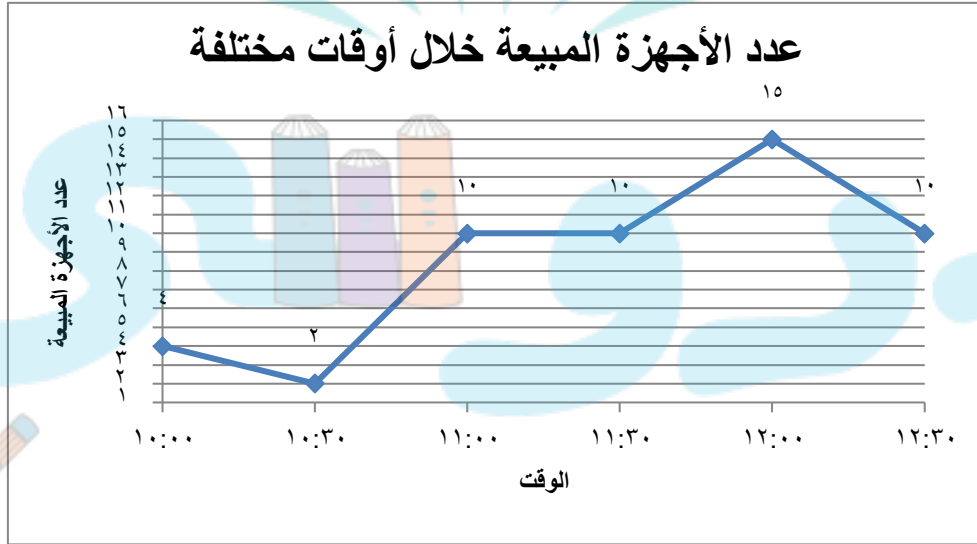
معدل التغير في عدد الأجهزة المباعة كل نصف ساعة = $\frac{\text{مقدار التغير في عدد الأجهزة المباعة}}{\text{الوقت مقدراً بالنصف ساعة}}$

$$= \frac{0 \text{ [جهاز]}}{1 \text{ [نصف ساعة]}} = \frac{0 \text{ [جهاز]}}{30 \text{ [دقيقة]}} = \frac{10 - 10}{11:00 - 11:30} = 0 \text{ جهاز/نصف ساعة}$$

بما أن المعدل = 0 : أي لم تحدث أي زيادة أو نقصان في عدد الأجهزة المباعة خلال نصف ساعة (بمعنى بقي عدد الأجهزة المباعة نفسه ولم يتغير)

7 مثل المعلومات الواردة في الجدول بيانياً. ثم اذكر بين أي وقتين كان معدل التغير أكبر؟

وضّح إجابتك.

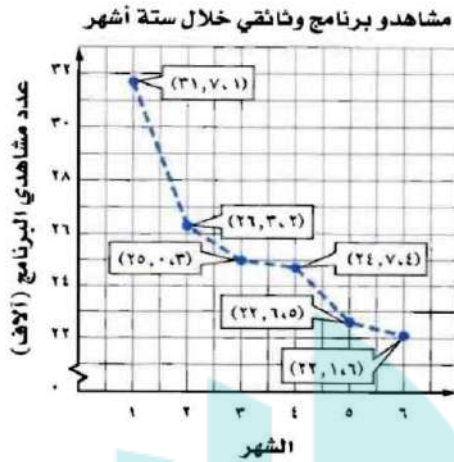


على الرسم البياني الخط الأكثر ميلاناً هو الذي يعبر عن أكبر معدل تغير لذا أكبر معدل تغير في عدد الأجهزة المباعة كان من الساعة 10:30 إلى الساعة 11:00

كما نجد حسابياً:

$$| \text{معدل التغير في عدد الأجهزة المباعة من الساعة 10:30 إلى الساعة 11:00} | = | 9 - 2 | = 7 \text{ أجهزة}$$

ولو تحققنا بنفس الطريقة من معدل التغير في عدد الأجهزة المباعة كل نصف ساعة نجد أن أكبر معدل تغير كان من الساعة 10:30 إلى الساعة 11:00 (نحسبه بالقيمة المطلقة لنتمكن من المقارنة لأن الإشارة تعبر عن الانخفاض أو الارتفاع فقط)



تلفاز: للأسئلة ٧ - ٩ استعمل المعلومات الواردة في التمثيل البياني، والذي يمثل عدد مشاهدي أحد البرامج الوثائقية خلال ستة أشهر. **٧** أوجد معدل التغير في عدد المشاهدين بين الشهرين ١ و ٣.

معدل التغير في عدد المشاهدين = $\frac{\text{التغير في عدد المشاهدين}}{\text{التغير في عدد الأشهر}}$

$$= \frac{31,7 - 25,0}{3 - 1} = \frac{6,7 \text{ ألف مشاهد}}{2 \text{ شهر}} = 3,35 \text{ ألف مشاهد / شهر} = 3350 \times 1000 = 3350000 \text{ مشاهد/شهر}$$

بما أن المعدل سالب أي نقص عدد المشاهدين للبرنامج بمعدل ٣٣٥٠ مشاهد بالشهر بين شهري ١ و ٣

٨ أوجد معدل التغير في عدد المشاهدين بين الشهرين ٢ و ٦.

معدل التغير في عدد المشاهدين = $\frac{\text{التغير في عدد المشاهدين}}{\text{التغير في عدد الأشهر}}$

$$= \frac{26,3 - 22,1}{6 - 2} = \frac{4,2 \text{ ألف مشاهد}}{4 \text{ شهر}} = 1,05 \text{ ألف مشاهد / شهر} = 1050 \times 1000 = 1050000 \text{ مشاهد/شهر}$$

بما أن المعدل سالب أي نقص عدد المشاهدين للبرنامج بمعدل ١٠٥٠ مشاهد بالشهر بين شهري ٢ و ٦

٩ اذكر بين أي شهرين كان معدل التغير في عدد المشاهدين أكبر؟

على الرسم البياني الخط الأكثر ميلاناً هو الذي يعبر عن أكبر معدل تغير لذا أكبر معدل تغير في عدد المشاهدين كان بين الشهرين الأول والثاني

كما نجد حسابياً:



معدل التغير في عدد المشاهدين بين الشهرين الأول والثاني = $\left| \frac{\text{التغير في عدد المشاهدين}}{\text{التغير في عدد الأشهر}} \right|$

$$= \left| \frac{31,7 - 26,3}{1 - 2} \right| = \left| \frac{5,4 \text{ ألف مشاهد}}{1 \text{ شهر}} \right| = 5,4 \text{ ألف مشاهد/شهر} = 5400 \times 1000 = 5400000 \text{ مشاهد/شهر}$$

= 5400 مشاهد/شهر

ولو تحققنا بنفس الطريقة من معدل التغير في عدد المشاهدين بين كل شهرين متتاليين نجد أن أكبر معدل تغير كان بين الشهرين الأول والثاني (نحسبه بالقيمة المطلقة لنتمكن من المقارنة لأن الإشارة تعبر عن الانخفاض أو الارتفاع فقط)



المصدر: وزارة المياه والكهرباء

مياه: للأسئلة ١٠ - ١٢، استعمل التمثيل البياني المجاور.

١٠ أوجد معدل التغير في عدد المشتركين بين عامي ١٤٢٥ هـ و ١٤٢٧ هـ.

معدل التغير = $\frac{\text{التغير في عدد المشتركين}}{\text{التغير في عدد السنوات}}$

$$= \frac{317 - 297}{1427 - 1425} \times 1000 = \frac{20}{2} \times 1000 = 10000 \text{ مشترك/سنة}$$

بما أن المعدل موجب أي زاد عدد المشتركين بمعدل ١٠ آلاف مشترك كل سنة بين عامي ١٤٢٥ و ١٤٢٧ هـ.

١١ أوجد معدل التغير في عدد المشتركين بين عامي ١٤٢٦ هـ و ١٤٢٨ هـ.

معدل التغير = $\frac{\text{التغير في عدد المشتركين}}{\text{التغير في عدد السنوات}}$

$$= \frac{327 - 306}{1428 - 1426} \times 1000 = \frac{21}{2} \times 1000 = 10500 \text{ مشترك/سنة}$$

بما أن المعدل موجب أي زاد عدد المشتركين بمعدل ١٠٥٠٠ مشترك كل سنة بين عامي ١٤٢٦ و ١٤٢٨ هـ.

١٢ بين أي عامين كان معدل التغير في عدد المشتركين أكبر؟

$$\text{معدل التغير بين ١٤٢٥ و ١٤٢٦} = \frac{306 - 297}{1426 - 1425} \times 1000 = 9000 \text{ مشترك/سنة}$$

$$\text{معدل التغير بين ١٤٢٦ و ١٤٢٧} = \frac{317 - 306}{1427 - 1426} \times 1000 = 11000 \text{ مشترك/سنة}$$

$$\text{معدل التغير بين ١٤٢٧ و ١٤٢٨} = \frac{327 - 317}{1428 - 1427} \times 1000 = 10000 \text{ مشترك/سنة}$$

$$\text{معدل التغير بين ١٤٢٨ و ١٤٢٩} = \frac{338 - 327}{1429 - 1428} \times 1000 = 11000 \text{ مشترك/سنة}$$

أكبر معدل تغير في عدد المشتركين كان بين عامي ١٤٢٦ و ١٤٢٧ وكذلك بين عامي ١٤٢٨ و ١٤٢٩ ويعادل ١١٠٠٠ مشترك/سنة

١٣ درجات حرارة: في أحد أيام الصيف، بلغت درجة الحرارة الساعة الثامنة صباحاً ٢٥ س، وفي الساعة العاشرة صباحاً بلغت ٣٧ س. أوجد معدل تغير درجة الحرارة بالدرجات لكل ساعة.



$$\text{معدل التغير} = \frac{37 - 25 \text{ [درجة سيليزيوس]}}{10:00 - 08:00 \text{ [ساعة]}} = \frac{12 \text{ [درجة سيليزيوس]}}{2 \text{ [ساعة]}} = 6 \text{ درجة سيليزيوس/ساعة}$$

بما أن المعدل موجب أي ارتفعت درجة الحرارة بمعدل 6 درجة سيليزيوس كل ساعة بين الساعة 8 والـ 10 صباحاً.

مبيعات، للسؤالين 14، 15 استعمل المعلومات الآتية:

أنتج مصنع للبلاستيك 9, 938 مليون عبوة عام 1423هـ، وفي عام 1428هـ كان إنتاجه 767 مليون عبوة.

14 ما معدل التغير بين عامي 1423هـ و 1428هـ؟

$$\text{معدل التغير بين 1423 و 1428} = \frac{938,9 - 767 \text{ [مليون عبوة]}}{1423 - 1428 \text{ [سنة]}} = \frac{171,9 - \text{[مليون عبوة]}}{5 \text{ [سنة]}} = 34,38 \text{ مليون عبوة/سنة}$$

بما أن المعدل سالب أي انخفض إنتاج مصنع البلاستيك بمعدل 34,38 مليون عبوة كل سنة بين عامي 1423 و 1428هـ.

15 مستعملاً معدل التغير نفسه، كم عبوة ينتجها المصنع عام 1436هـ؟ وضح إجابتك

معدل التغير السنوي = - 34,38 مليون عبوة/سنة بين عامي 1428 و 1436 يوجد 8 سنوات

عدد العبوات المنتجة عام 1436 = عدد العبوات المنتجة عام 1428 + (معدل التغير السنوي × عدد السنوات)

$$= 767 + (-34,38 \times 8) = 767 - 275,04 = 491,96 \text{ مليون عبوة سينتجها المصنع عام 1436}$$

مسائل مهارات التفكير العليا

16 مسألة مفتوحة: أنشئ مجموعة من البيانات حول أسعار بعض أنواع الأدوات

الكهربائية، بحيث يكون معدل التغير فيها بمقدار 5 ريالات لكل جهاز خلال 4 أيام.

يبين الجدول المرافق التغير في أسعار بعض الأدوات الكهربائية في أحد المتاجر خلال 4 أيام من افتتاحه:

اليوم الخامس (الأربعاء)	اليوم الأول (السبت)	
55	50	مكواة
1005	1000	براد
1205	1200	غسالة
35	30	خلاط
45	40	مروحة

17 الحسن العددي: هل معدل التغير في طول الشمعة التي تحترق بمرور الزمن

موجب أم سالب؟ وضح إجابتك.

سالب لأن طولها يتناقص مع مرور الزمن

18 تحدّد: سُكبت كمية من السائل بمعدل ثابت في دورق مخبري

مشابه للشكل المجاور. مثل بياناً العلاقة بين مستوى السائل في

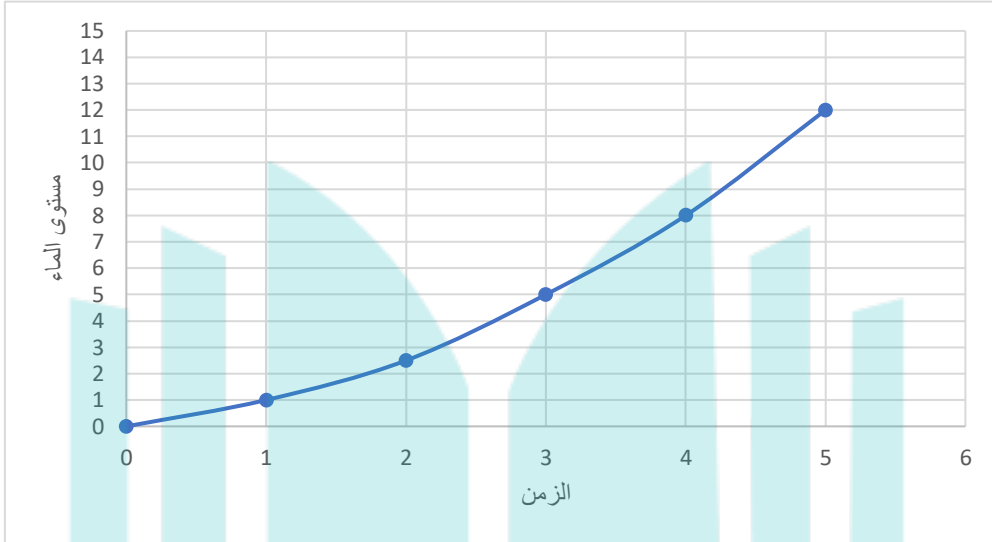
الدورق والزمن.

نتيجة شكل الدورق سترتفع سوية الماء عن قعر الدورق بشكل متزايد رغم ثبات كمية السائل المسكوب كل مرة:



- (١) في أول مرة سكب سيرتفع الماء مثلاً عن قعر الدورق بمقدار ١ سم
- (٢) في المرة الثانية ستصبح ٢,٥ سم عن قعر الدورق (أي زيادة بمقدار ١,٥ سم وليس ١ سم كالمرة الأولى)
- (٣) في المرة الثالثة سيصبح ٥ سم عن قعر الدورق (أي زيادة بمقدار ٢,٥ سم وليس ١,٥ سم مثل المرة الثانية)

لذا سيكون شكل الرسم البياني الممثل للعلاقة بين مستوى الماء في الدورق والزمن يشبه الشكل التالي:



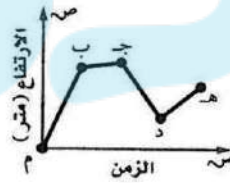
الكتب وضح الفرق بين معدل التغير لمجموعة من القيم، ومقدار التغير بين هذه القيم.

معدل التغير: هو معدل يصف كيف تتغير كمية ما في علاقتها بكمية أخرى.

مقدار التغير: هو مقدار يصف التغير الحاصل لكمية ما زيادة أو نقصاناً بين مرتي قياس مختلفتين دون علاقتها مع أي كمية أخرى.

تدريب على اختبار

يبين التمثيل البياني التالي الارتفاع الذي يصله طائر الصقر خلال مدة زمنية .



بين أي نقطتين على التمثيل كان معدل التغير في

ارتفاع الصقر سالباً؟

(أ) م و ب

(ب) ب و ج

(ج) ج و د

(د) د و هـ

معدل التغير السالب يدل على هبوط الصقر من ارتفاع عالي إلى ارتفاع أخفض منه وهو ما نجده من النقطة ج إلى النقطة د أما بقية النقاط فكلها تدل على الصعود وبالتالي معدل التغير فيها موجب.

- ٢١ يكسب عامل ٥٢ ريالاً إذا عمل ٤ ساعات في اليوم،
إذا استمر بهذا المعدل من الكسب، فكم ساعة
يحتاج لكسب ٩٧٥ ريالاً؟
(أ) ٢٤٣,٧٥ ساعة (ج) ١٨,٧٥ ساعة
(ب) ٧٥ ساعة (د) ١٣ ساعة

يكسب العامل ٥٢ ريالاً إذا عمل ٤ ساعات في اليوم

يكسب العامل ٩٧٥ ريالاً إذا عمل س ساعة في اليوم

حسب النسبة والتناسب

$$س = \frac{٤ \times ٩٧٥}{٥٢} = ٧٥ \text{ ساعة} \leftarrow \text{على العامل أن يعمل ٧٥ ساعة حتى يكسب ٩٧٥ ريالاً}$$

- ٢٢ قاد نايف دراجته بسرعة متوسطة ١٦ كلم/ساعة
لمدة ساعتين، ثم قادها بسرعة متوسطة ١٣ كلم/ساعة
لمدة ثلاث ساعات. ما إجمالي المسافة التي قطعها
نايف؟

- (أ) ٢٩ كلم (ج) ٥٨ كلم
(ب) ٣٤ كلم (د) ٧١ كلم

المسافة = السرعة × الزمن

$$\text{المسافة } ١ = ٢ \times ١٦ = ٣٢ \text{ كلم}$$

$$\text{المسافة } ٢ = ٣ \times ١٣ = ٣٩ \text{ كلم}$$

$$\text{المسافة الكلية} = \text{المسافة } ١ + \text{المسافة } ٢ = ٣٩ + ٣٢ = ٧١ \text{ كلم}$$

مراجعة تراكمية

- ٢٣ **يستنتج:** يتقاضى عامل تنسيق حدائق ٤٥ ريالاً عن الساعة الأولى التي يعملها، ويتقاضى ٣٠ ريالاً في الساعة عن كل ساعة عمل بعد الساعة الأولى، فهل يتناسب الأجر مع عدد الساعات؟ كَوّن جدولاً لتوضيح إجابتك. (الدرس ٣-١)

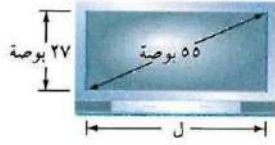
نرسم جدولاً يوضح ما يتقاضاه العامل خلال ٤ ساعات من عمله:

عدد ساعات العمل	١	٢	٣	٤
الأجر (ريال)	٤٥	٧٥ = ٣٠ + ٤٥	١٠٥ = ٣٠ + ٧٥	١٣٥ = ٣٠ + ١٠٥

نكتب العلاقة بين الأجر وعدد ساعات العمل

$$\frac{\text{الأجر}}{\text{عدد ساعات العمل}} \leftarrow \frac{45}{1} = 45, \frac{75}{2} = 37,5, \frac{105}{3} = 35, \frac{135}{4} = 33,75$$

بما أن أبسط صورة للنسب السابقة غير متساوية لذا: لا يتناسب الأجر الذي يتقاضاه العامل مع عدد ساعات العمل



٢٤ أوجد طول شاشة التلفاز المجاورة. (الدرس ٢-٦)

بما أن الشاشة شكلها مستطيل فقطرها يمثل وتر مثلث قائم ضلعاه القائمتان هما طول الشاشة وعرضها:

حسب فيثاغورس: في المثلث القائم مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعي القائمتين.

$$\leftarrow (55)^2 = (27)^2 + L^2 \leftarrow 3025 = 729 + L^2 \leftarrow L^2 = 3025 - 729 = 2296$$

$$L = \sqrt{2296} \approx 47,9 \approx 48 \text{ بوصة}$$

قَدِّر كلاً مما يأتي إلى أقرب عدد كلي: (الدرس ٢-٢)

$$\sqrt{95}$$

٢٦

$$\sqrt{31}$$

٢٥

$$(25)$$

$$36 > 31 > 25$$

$$\sqrt{36} > \sqrt{31} > \sqrt{25}$$

$$\text{بما أن } 31 \text{ أقرب إلى } 36 \leftarrow \sqrt{31} \approx \sqrt{36} = 6$$

$$(26)$$

$$100 > 95 > 81$$

$$\sqrt{100} > \sqrt{95} > \sqrt{81}$$

$$\text{بما أن } 95 \text{ أقرب إلى } 100 \leftarrow \sqrt{95} \approx \sqrt{100} = 10$$

$$\sqrt{151}$$

٢٧

$$169 > 151 > 144$$

$$\sqrt{169} > \sqrt{151} > \sqrt{144}$$

$$\text{بما أن } 151 \text{ أقرب إلى } 144 \leftarrow \sqrt{151} \approx \sqrt{144} = 12$$

$$\sqrt{18,25}$$

٢٨

$$25 > 18,25 > 16$$

$$\sqrt{25} > \sqrt{18,25} > \sqrt{16}$$

$$\text{بما أن } 18,25 \text{ أقرب إلى } 16 \leftarrow \sqrt{18,25} \approx \sqrt{16} = 4$$



$$\sqrt{8} \quad \sqrt{50,2} \quad (29)$$

$$64 > 50,2 > 49$$

$$\sqrt{64} > \sqrt{50,2} > \sqrt{49}$$

$$\sqrt{50,2} \approx \sqrt{49} \leftarrow 49 \text{ أقرب إلى } 50,2 \approx \sqrt{49} = 7 \quad (30)$$

$$9 > 8 > 4$$

$$\sqrt{9} > \sqrt{8} > \sqrt{4}$$

$$\sqrt{8} \approx \sqrt{9} \leftarrow 9 \text{ أقرب إلى } 8 \approx \sqrt{9} = 3$$

الاستعداد للدرس التالي

مهارة سابقة: يمارس عبد العزيز السباحة لمدة ١,٥ ساعة أسبوعياً، هل مجموع الساعات التي استغرقها في السباحة يتناسب مع عدد الأسابيع؟ اشرح تبريرك.

نرسم جدولاً يوضح مجموع عدد الساعات التي يمارس فيها عبد العزيز السباحة خلال ٤ أسابيع:

٤	٣	٢	١	عدد الأسابيع
٦	٤,٥	٣	١,٥	مجموع عدد الساعات

نكتب العلاقة بين الأسابيع وعدد ساعات العمل

$$\frac{\text{مجموع عدد الساعات}}{\text{عدد الأسابيع}} \leftarrow \frac{1,5}{1}, \frac{1,5}{2}, \frac{1,5}{3}, \frac{1,5}{4} = \frac{4,5}{3}, \frac{1,5}{4} = \frac{6}{4}, \frac{1,5}{6} = \frac{4,5}{6}$$

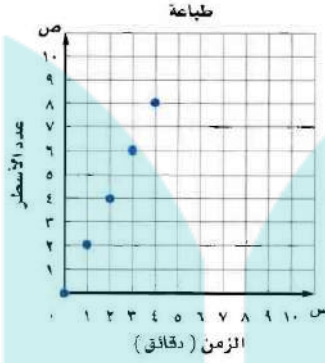
نلاحظ أن جميع النسب السابقة يمكن تبسيطها إلى ١,٥ لذا: يتناسب مجموع الساعات التي يستغرقها عبد العزيز في السباحة مع عدد الأسابيع



المعدل الثابت للتغير

٣ - ٣

استعد



طباعة: تقوم هند بطباعة مجموعة من الأسطر كل دقيقة، كما هو موضح في الجدول والتمثيل البياني.

عدد الأسطر	الزمن (دقائق)
٨	٤
٦	٣
٤	٢
٢	١
٠	٠

١ أوجد معدل التغير بين أزواج النقاط. ماذا تلاحظ على هذه المعدلات؟

$$\text{معدل التغير بين النقطة الأولى والثانية} = \frac{2-0}{1-0} = 2 \text{ سطر/دقيقة}$$

$$\text{معدل التغير بين النقطة الثانية والثالثة} = \frac{4-2}{2-1} = 2 \text{ سطر/دقيقة}$$

$$\text{معدل التغير بين النقطة الثالثة والرابعة} = \frac{6-4}{3-2} = 2 \text{ سطر/دقيقة}$$

$$\text{معدل التغير بين النقطة الرابعة والخامسة} = \frac{8-6}{4-3} = 2 \text{ سطر/دقيقة}$$

نلاحظ أن جميع العدلات متساوية أي معدل التغير بين كل نقطتين متتاليتين ثابت (٢ سطر/دقيقة)

تحقق من فهمك

بين ما إذا كانت العلاقة بين كل كميتين في الجداول الآتية خطية أم لا. وإذا كانت خطية فأوجد المعدل الثابت للتغير. وإذا لم تكن كذلك فوضح السبب.

(i)

تبريد الماء	
الزمن (دقيقة)	درجة الحرارة (°س)
٥	٣٥
١٠	٣٢
١٥	٣٠
٢٠	٢٨

نلاحظ أنه بزيادة الزمن ٥ دقائق تنخفض درجة الحرارة بمقدار متغير فمثلاً:



الوزن (رطل)	٠	٢٠	٤٠	٦٠	٨٠
الوزن (كغ)	٠	٩	١٨	٢٧	٣٦

كلما زاد الوزن بمقدار ٢٠ رطل يزيد بمقدار ٩ كغ

بما أن معدل التغير ثابت **فالعلاقة خطية** والمعدل الثابت للتغير هو: $\frac{\text{التغير بالرطل}}{\text{التغير بالكغ}} = \frac{٢٠}{٩}$

لمعرفة إذا كان المقياسان متناسبان: أدير عن العلاقة بين الوزن بالرطل والوزن بالكغ على شكل نسب:

$$\frac{\text{الوزن بالرطل}}{\text{الوزن بالكغ}} \leftarrow \frac{٢٠}{٩} = \frac{٤٠}{١٨}, \frac{٢٠}{٩} = \frac{٦٠}{٢٧}, \frac{٢٠}{٩} = \frac{٨٠}{٣٦}$$

بما أن جميع النسب السابقة يمكن تبسيطها إلى $\frac{٢٠}{٩}$ فالمقياسان متناسبان وبالتالي **فالعلاقة الخطية متناسبة**.



المثال ١

بين ما إذا كانت العلاقة بين كل كميتين في الجداول الآتية خطية أم لا. وإذا كانت خطية فأوجد المعدل الثابت للتغير. وإذا لم تكن كذلك فوضح السبب.

حجم المكعب	
طول الضلع (سم)	الحجم (سم ^٣)
٢	٨
٣	٢٧
٤	٦٤
٥	١٢٥

نلاحظ أنه بزيادة طول الضلع ١ سم يزداد الحجم بمقدار متغير فمثلاً:

عندما يزداد طول الضلع من ٢ إلى ٣ سم يزداد الحجم بمقدار ١٩ سم^٣ ← معدل التغير = $\frac{٢٧ - ٨}{٣ - ٢} = ١٩$ سم^٣/سم

عندما يزداد طول الضلع من ٣ إلى ٤ سم يزداد الحجم بمقدار ٣٧ سم^٣ ← معدل التغير = $\frac{٦٤ - ٢٧}{٤ - ٣} = ٣٧$ سم^٣/سم

بما أن معدل التغير غير ثابت فالعلاقة **ليست خطية**.

كمية الدهان اللازمة لطلاء الغرف	
عدد الغرف	عدد علب الدهان
٥	٦
١٠	١٢
١٥	١٨
٢٠	٢٤

كلما زاد عدد الغرف بمقدار ٥ غرف ازداد عدد علب الدهان اللازمة لطلاء الغرف بمقدار ٦ علب

بما أن **معدل التغير ثابت** فالعلاقة بين عدد الهدايا وثمانها **علاقة خطية**، والمعدل الثابت للتغير هو $\frac{6}{2} = 3$ علبة/غرفة. وبما أن معدل التغير موجب فكلما زاد عدد الغرف غرفة واحدة ازداد عدد علب الدهان اللازمة للطلاء بمقدار ١,٢ علبة

المثال ٢

أوجد المعدل الثابت للتغير في كل شكل من الأشكال الآتية، وفسر معناه:



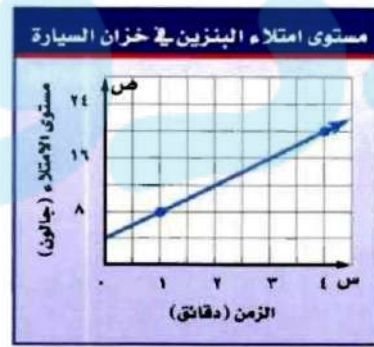
أختار نقطتان تقعان على نفس الخط وأوجد معدل التغير بينهما:

(١٥ ، ٢) ← ٢ سم على الخريطة تعادل ١٥ كلم في الحقيقة

(٤٥ ، ٦) ← ٦ سم على الخريطة تعادل ٤٥ كلم في الحقيقة

$$\text{المعدل الثابت للتغير} = \frac{\text{التغير في المسافة الحقيقية}}{\text{التغير في المسافة على الخريطة}} = \frac{[١٥-٤٥] \text{ [كلم]}}{[٢-٦] \text{ [سم]}} = \frac{[٣٠] \text{ [كلم]}}{[٤] \text{ [سم]}} = ٧,٥ \text{ كلم/سم}$$

بما أن المعدل موجب أي: تزداد المسافة الحقيقية بمقدار ٧,٥ كلم بزيادتها على الخريطة بمقدار ١ سم بمعنى كل ١ سم على الخريطة يعادل ٧,٥ كلم في الحقيقة



أختار نقطتان تقعان على نفس الخط وأوجد معدل التغير بينهما:

(٨ ، ١) ← خلال ١ دقيقة يمتلئ خزان السيارة بمقدار ٨ جالون

(٢٠ ، ٤) ← خلال ٤ دقيقة يمتلئ خزان السيارة بمقدار ٢٠ جالون

$$\text{المعدل الثابت للتغير} = \frac{\text{التغير مستوى الامتلاء}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{[٨-٢٠] \text{ [جالون]}}{[١-٤] \text{ [دقيقة]}} = \frac{[١٢] \text{ [جالون]}}{[٣] \text{ [دقيقة]}} = ٤ \text{ جالون/دقيقة}$$

بما أن المعدل موجب أي: يمتلئ خزان السيارة بمقدار ٣ جالون كل دقيقة

المثال ٣

بين ما إذا كان هناك علاقة خطية متناسبة بين الكميتين المشار إليهما في السؤالين ٣ ، ٤ ، ووضح السبب:

٥ سؤال ٣

٦	٤	٢	٠	المسافة على الخريطة (سم)
٤٥	٣٠	١٥	٠	المسافة الحقيقية (كلم)

كلما زادت المسافة على الخريطة بمقدار ٢ سم تزداد المسافة الحقيقية بمقدار ١٥ كلم

بما أن معدل التغير ثابت **فالعلاقة خطية** والمعدل الثابت للتغير هو: $\frac{\text{التغير في المسافة الحقيقية}}{\text{التغير في المسافة على الخريطة}} = ٧,٥ \text{ كلم/سم}$

لمعرفة إذا كان المقياسان متناسبان: أعبّر عن العلاقة المسافة الحقيقية والمسافة على الخريطة على شكل نسب:

$$\frac{\text{المسافة الحقيقية}}{\text{المسافة على الخريطة}} \leftarrow \frac{١٥}{٢} = \frac{٣٠}{٤}, \frac{١٥}{٢} = \frac{٤٥}{٦}, \frac{١٥}{٢}$$

بما أن جميع النسب السابقة يمكن تبسيطها إلى $\frac{١٥}{٢}$ فالمقياسان متناسبان وبالتالي **فالعلاقة الخطية متناسبة**.

٤ سؤال ٤

٢٠	١٦	١٢	٨	٤	متسوى الامتلاء (جالون)
٤	٣	٢	١	٠	الزمن (دقيقة)

يمتلئ الخزان بمقدار ٤ جالون كل دقيقة

بما أن معدل التغير ثابت **فالعلاقة خطية** والمعدل الثابت للتغير هو: $\frac{\text{التغير مستوى الامتلاء}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{٤-٨}{٠-١}$ [جالون/دقيقة]

٤ جالون/دقيقة

لمعرفة إذا كان المقياسان متناسبان: أعبّر عن العلاقة بين مستوى الامتلاء والزمن على شكل نسب:

$$\frac{\text{مستوى الامتلاء}}{\text{الزمن}} \leftarrow \frac{٨}{١} = \frac{١٢}{٢}, \frac{١٦}{٣} = \frac{٥,٣}{٥}, \frac{٢٠}{٤} = ٥$$

بما أن أبسط صورة للنسب السابقة غير متساوية فالمقياسان غير متناسبين وبالتالي **فالعلاقة الخطية غير متناسبة**.

تدريب وحل المسائل

يُبين ما إذا كانت العلاقة بين كل كميتين في الجداول الآتية خطية أم لا. وإذا كانت خطية فأوجد المعدل الثابت للتغير. وإذا لم تكن كذلك فوضح السبب:

عدد الأجهزة المباعة	
العدد	الزمن (ساعة)
١٥	٥
٢٤	٨
٣٦	١٢
٧٢	٢٤

كل ٣ ساعات يباع ٩ أجهزة وكل ٤ ساعات يباع ١٢ جهاز ← كل ساعة يباع ٣ أجهزة فمثلاً:

بين الساعة ٥ و ٨ كان عدد الأجهزة المباعة ٩ أجهزة ← معدل التغير = $\frac{١٥ - ٢٤}{٥ - ٨} = \frac{٩}{٣} = ٣$ أجهزة/ساعة

بين الساعة ٨ و ١٢ كان عدد الأجهزة المباعة ١٢ جهاز ← معدل التغير = $\frac{٢٤ - ٣٦}{٨ - ١٢} = \frac{١٢}{٤} = ٣$ أجهزة/ساعة

بما أن معدل التغير ثابت فالعلاقة عدد الأجهزة المباعة والزمن علاقة خطية، والمعدل الثابت للتغير هو ٣ أجهزة/ساعة. أي يُباع ٣ أجهزة كل ساعة.



عدد الزبائن في أحد المحلات	
عدد الزبائن	الزمن (ساعة)
١٢	١
٢٤	٢
٣٦	٣
٦٠	٤

نلاحظ أنه عدد الزبائن يتغير بشكل متفاوت وغير متساوٍ مع مرور الزمن فمثلاً:

بين الساعة ١ و ٢ كان عدد الزبائن ١٢ زبوناً ← معدل التغير = $\frac{١٢ - ٢٤}{١ - ٢} = ١٢$ زبون/ساعة

بين الساعة ٣ و ٤ كان عدد الزبائن ٢٤ زبوناً ← معدل التغير = $\frac{٣٦ - ٦٠}{٣ - ٤} = ٢٤$ زبون/ساعة

بما أن معدل التغير غير ثابت فالعلاقة ليست خطية.

المسافة التي يقطعها الجسم الساقط	
المسافة (م)	الزمن (ثانية)
٧٨,٤	٤
٤٤,١	٣
١٩,٦	٢
٤,٩	١



نلاحظ أنه المسافة المقطوعة تتغير بشكل متفاوت وغير متساوي مع مرور الزمن فمثلاً:

$$\text{بين الثانية ١ و ٢ المسافة المقطوعة } ١٤,٧ \text{ متر} \leftarrow \text{معدل التغير} = \frac{٤,٩ - ١٩,٦}{١-٢} = ١٤,٧ \text{ م/ثانية}$$

$$\text{بين الثانية ٢ و ٣ المسافة المقطوعة } ٢٤,٥ \text{ متر} \leftarrow \text{معدل التغير} = \frac{١٩,٦ - ٤٤,١}{٢-٣} = ٢٤,٥ \text{ م/ثانية}$$

بما أن معدل التغير غير ثابت فالعلاقة ليست خطية.

المقادير اللازمة للخليط			
٨	٦	٤	٢
زيت (فنجان)			
٣	٢ $\frac{١}{٤}$	١ $\frac{١}{٢}$	٣ $\frac{١}{٤}$
خل (فنجان)			

كلما زاد عدد فناجين الزيت اللازمة بمقدار ٢ فنجان زاد عدد فناجين الخل اللازمة للخلط بمقدار $\frac{٣}{٤}$ فنجان

بما أن معدل التغير ثابت فالعلاقة بين كمية الزيت والخل علاقة خطية، والمعدل الثابت للتغير هو:

$$\frac{\text{التغير في كمية الزيت}}{\text{التغير في كمية الخل}} = \frac{٢-٤}{٣-\frac{١}{٢}} = \frac{٢}{\frac{٥}{٢}} = \frac{٢}{٥} \times ٢ = \frac{٤}{٥} = \frac{٨}{٣} = \frac{٤}{٣} \times ٢ = \frac{٢}{٣} \text{ فنجان زيت/فنجان خل. بما أن معدل التغير موجب}$$

أي نحتاج $\frac{٢}{٣}$ فنجان زيت لكل فنجان خل

أوجد المعدل الثابت للتغير في كل شكل من الأشكال الآتية، وفسر معناه:



أختار نقطتان تقعان على نفس الخط وأوجد معدل التغير بينهما:

(٢ ، ٤) ← خلال ٢ دقيقة يصبح مستوى الماء على ارتفاع ٤ سم عن قاع الحوض

(٤ ، ٨) ← خلال ٤ دقيقة يصبح مستوى الماء على ارتفاع ٨ سم عن قاع الحوض

$$\text{المعدل الثابت للتغير} = \frac{\text{التغير في مستوى الماء}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{٤-٨}{٢-٤} \text{ [سم] / [دقيقة]} = \frac{٤}{٢} \text{ سم/دقيقة} = ٢ \text{ سم/دقيقة}$$

بما أن المعدل موجب أي: يرتفع مستوى الماء في الحوض بمقدار ٢ سم كل دقيقة

١٢



أختار نقطتان تقعان على نفس الخط وأوجد معدل التغير بينهما:

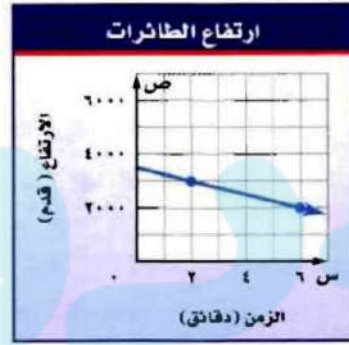
$(350, 0)$ ← في بداية التوقيت كانت المسافة المتبقية ٣٥٠ كلم

$(150, 4)$ ← بعد مضي ٤ ساعات على بداية التوقيت أصبحت المسافة المتبقية ١٥٠ كلم

$$\text{المعدل الثابت للتغير} = \frac{\text{التغير في المسافة المتبقية}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{[350 - 150] \text{ [كلم]}}{[4 - 0] \text{ [ساعة]}} = \frac{[200 -] \text{ [كلم]}}{[4] \text{ [ساعة]}} = 50 \text{ كلم/ساعة}$$

بما أن المعدل سالب أي: **تنقص المسافة المتبقية بمقدار ٥٠ كلم كل ساعة**

١٣



أختار نقطتان تقعان على نفس الخط وأوجد معدل التغير بينهما:

$(3000, 0)$ ← بعد ٢ دقيقة من بداية التوقيت كان ارتفاع الطائرة ٣٠٠٠ قدم

$(2000, 6)$ ← بعد مضي ٦ دقائق على بداية التوقيت أصبح ارتفاع الطائرة ٢٠٠٠ قدم

$$\text{المعدل الثابت للتغير} = \frac{\text{التغير في الارتفاع}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{[3000 - 2000] \text{ [قدم]}}{[6 - 2] \text{ [دقيقة]}} = \frac{[1000 -] \text{ [قدم]}}{[4] \text{ [دقيقة]}} = 250 \text{ قدم/دقيقة}$$

بما أن المعدل سالب أي: **يقل ارتفاع الطائرات بمقدار ٢٥٠ قدم كل دقيقة (تقترب من سطح الأرض بمقدار ٢٥٠ قدم كل دقيقة).**





أختار نقطتان تقعان على نفس الخط وأوجد معدل التغير بينهما:

← بعد ٢ ساعة من بداية التوقيت كانت أرباح المتجر ١٠٠ ريال

← بعد مضي ٤ ساعات على بداية التوقيت أصبحت أرباح المتجر ٢٠٠ ريال

$$\text{المعدل الثابت للتغير} = \frac{\text{التغير في الأرباح}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{[ريال] 100 - 200}{[ساعة] 2 - 4} = \frac{[ريال] 100}{[ساعة] 2} = 50 \text{ ريال/ساعة}$$

بما أن المعدل موجب أي: تزداد أرباح المتجر بمقدار ٥٠ ريال كل ساعة

بين ما إذا كان هناك علاقة خطية متناسبة بين كل كميتين من الكميات الموضحة في الأشكال السابقة.

سؤال ١١

بما أن العلاقة بين البيانات ممثلة بخط مستقيم فهي خطية ولها معدل ثابت للتغير ويمكن عرض البيانات في جدول كما يلي:

١٢	٨	٤	٠	مستوى الماء (سم)
٦	٤	٢	٠	الزمن (دقيقة)

$$\text{المعدل الثابت للتغير هو:} \frac{\text{التغير في مستوى الماء}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{٠ - ٤}{[سم] ٠ - ٤} = \frac{٤}{[دقيقة] ٠ - ٢} = 2 \text{ سم/دقيقة}$$

لمعرفة إذا كان المقياسان متناسبان: أعبر عن العلاقة بين مستوى الماء والزمن على شكل نسب:

$$\frac{\text{مستوى الماء}}{\text{الزمن}} \leftarrow 2 = \frac{٤}{٢}, 2 = \frac{٨}{٤}, 2 = \frac{١٢}{٦}$$

بما أن جميع النسب السابقة يمكن تبسيطها إلى ٢ فالمقياسان متناسبان وبالتالي العلاقة الخطية متناسبة.

سؤال ١٢

بما أن العلاقة بين البيانات ممثلة بخط مستقيم فهي خطية ولها معدل ثابت للتغير ويمكن عرض البيانات في جدول كما يلي:

٥٠	١٥٠	٢٥٠	٣٥٠	المسافة المتبقية (كلم)
٦	٤	٢	٠	الزمن (ساعة)

المعدل الثابت للتغير هو: $\frac{\text{التغير في المسافة المتبقية}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{٣٥٠ - ٢٥٠ \text{ [كلم]}}{٠ - ٢ \text{ [ساعة]}} = ٥٠ \text{ كلم/ساعة}$

لمعرفة إذا كان المقياسان متناسبان: أعبّر عن العلاقة بين المسافة المتبقية والزمن على شكل نسب:

$$\frac{\text{المسافة المتبقية}}{\text{الزمن}} \leftarrow \frac{٢٥٠}{٢} = ١٢٥, \frac{١٥٠}{٤} = ٣٧,٥, \frac{٥٠}{٦} = ٨,٣$$

بما أن أبسط صورة للنسب السابقة غير متساوية فالمقياسان غير متناسبين وبالتالي فالعلاقة الخطية غير متناسبة.

سؤال ١٣

بما أن العلاقة بين البيانات ممثلة بخط مستقيم فهي خطية ويمكن عرض البيانات في جدول كما يلي:

٢٠٠٠	٣٠٠٠	الارتفاع (قدم)
٦	٢	الزمن (دقيقة)

لمعرفة إذا كان المقياسان متناسبان: أعبّر عن العلاقة بين الارتفاع والزمن على شكل نسب:

$$\frac{\text{الارتفاع}}{\text{الزمن}} \leftarrow \frac{٣٠٠٠}{٢} = ١٥٠٠, \frac{٢٠٠٠}{٦} = ٣٣٣,٣٣$$

بما أن أبسط صورة للنسب السابقة غير متساوية فالمقياسان غير متناسبين وبالتالي فالعلاقة الخطية غير متناسبة.

سؤال ١٤

بما أن العلاقة بين البيانات ممثلة بخط مستقيم فهي خطية ويمكن عرض البيانات في جدول كما يلي:

٣٠٠	٢٠٠	١٠٠	٠	الأرباح (ريال)
٦	٤	٢	٠	الزمن (ساعة)

لمعرفة إذا كان المقياسان متناسبان: أعبّر عن العلاقة بين الارتفاع والزمن على شكل نسب:

$$\frac{\text{الأرباح}}{\text{الزمن}} \leftarrow \frac{٣٠٠}{٦} = ٥٠, \frac{٢٠٠}{٤} = ٥٠, \frac{١٠٠}{٢} = ٥٠$$

بما أن جميع النسب السابقة متساوية فالمقياسان متناسبان وبالتالي فالعلاقة الخطية متناسبة.



مكالمات هاتفية : يبين الشكل المجاور تكاليف المكالمات الهاتفية التي أجراها كل من راشد وماجد. استعمل هذه المعلومات لحل السؤالين ١٩، ٢٠:

١٩ أيهما ينفق نقوداً أكثر في الدقيقة: راشد أم ماجد؟ وضح إجابتك.

معدل التغير الثابت لماجد = $\frac{\text{التغير في التكلفة}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{٤ - ٤,٥}{٠ - ٣} = ٠,١٧ \text{ ريال/دقيقة}$

$$\text{معدل التغير الثابت لراشد} = \frac{\text{التغير في التكلفة}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{٠,٥ - ٠,٥}{١ - ٠} = ٠,٥٠ \text{ ريال/دقيقة}$$

ينفق راشد ٠,٥ ريال في الدقيقة بينما ينفق ماجد ٠,١٧ ريال في الدقيقة الواحدة لذا **فراشد ينفق في الدقيقة الواحدة نفقوداً أكثر من ماجد**

١٤ أيّ العلاقتين الممثلتين بيانياً تتضمن تناسباً بين الزمن بالدقائق والتكلفة بالريال؟ وضح إجابتك.

لمعرفة إذا كان المقياسان متناسبان: أعبّر عن العلاقة بين التكلفة والزمن على شكل نسب:

ماجد:

$$\frac{\text{التكلفة}}{\text{الزمن}} \leftarrow \frac{٤,٥}{٣} = ١,٥, \frac{٥}{٦} = ٠,٨٣$$

النسب غير متساوية فالمقياسان غير متناسبين وبالتالي **العلاقة الخطية غير متناسبة**

راشد:

$$\frac{\text{التكلفة}}{\text{الزمن}} \leftarrow \frac{٠,٥}{١} = ٠,٥, \frac{٣}{٦} = ٠,٥$$

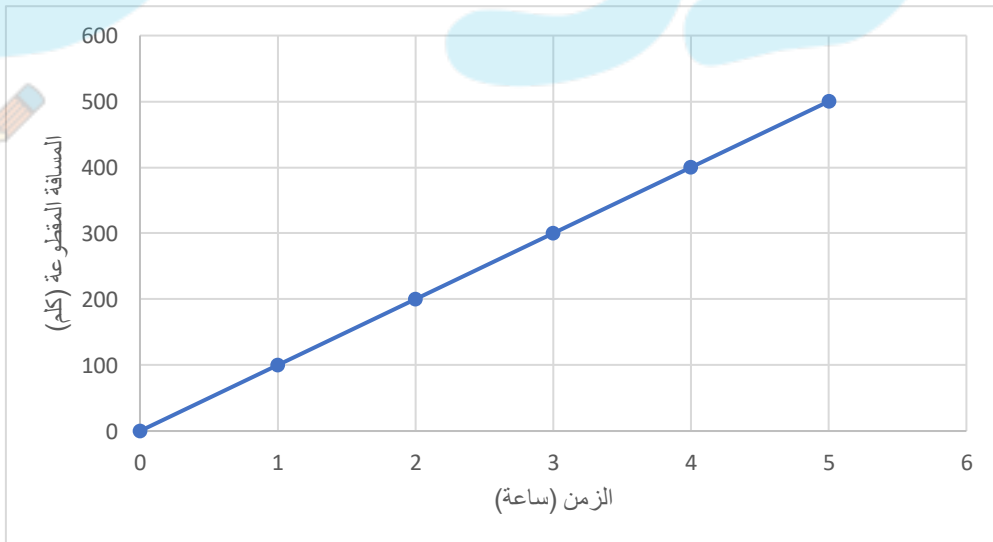
النسب متساوية فالمقياسان متناسبان وبالتالي **العلاقة الخطية متناسبة**

مسائل

مهارات التفكير العليا

١٥ **مسألة مفتوحة:** مثل بيانياً كميتين بينهما علاقة خطية متناسبة، وتحقق من حلك.

يبين الرسم البياني المجاور المسافة التي تقطعها سيارة أثناء مسيرها ٥ ساعات على الطريق الدولية فهل العلاقة بين البيانات متناسبة أم لا:



بما أن العلاقة بين البيانات ممثلة بخط مستقيم فهي خطية ويمكن عرض البيانات في جدول كما يلي:

٥٠٠	٤٠٠	٣٠٠	٢٠٠	١٠٠	٠	المسافة المقطوعة (كلم)
٥	٤	٣	٢	١	٠	الزمن (ساعة)

لمعرفة إذا كان المقياسان متناسبان: أعبّر عن العلاقة بين المسافة المقطوعة والزمن على شكل نسب:

$$\frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{الزمن}} \leftarrow \frac{١٠٠}{١} = \frac{٢٠٠}{٢}, \frac{٣٠٠}{٣}, \frac{٤٠٠}{٤}, \frac{٥٠٠}{٥}, ١٠٠ = \frac{٥٠٠}{٥}$$

بما أن أبسط صورة للنسب السابقة متساوية فالمقياسان متناسبان وبالتالي فالعلاقة الخطية متناسبة.

الكتب مسألة من الواقع يتطلب حلها إيجاد المعدل الثابت للتغير، ثم حلها. هل العلاقة الموضحة في هذه المسألة علاقة متناسبة؟ وضح إجابتك.

يبلغ إنتاج معمل سيارات خلال ٦ أشهر كما هو موضح في الجدول التالي:

٣٠٠	٢٠٠	١٠٠	الإنتاج (سيارة)
٦	٤	٢	الزمن (شهر)

هل العلاقة بين إنتاج المعمل والزمن هي علاقة خطية وإذا كانت خطية فما هو معدل التغير الثابت وهل هي متناسبة أم لا؟

تلاحظ أنه يزداد إنتاج السيارات بمقدار ١٠٠ سيارة كل شهرين

$$\text{بما أن معدل التغير ثابت فالعلاقة خطية} \leftarrow \text{معدل التغير الثابت} = \frac{\text{التغير في الإنتاج}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{١٠٠ - ٢٠٠}{٢ - ٤} = \frac{١٠٠}{٢} = ٥٠$$

سيارة/شهر بما أن المعدل موجب أي ينتج المعمل ٥٠ سيارة كل شهر.

لمعرفة إذا كان المقياسان متناسبان: أعبّر عن العلاقة بين الإنتاج والزمن على شكل نسب:

$$\frac{\text{الإنتاج}}{\text{الزمن}} \leftarrow \frac{١٠٠}{٢} = \frac{٢٠٠}{٤}, \frac{٣٠٠}{٦}, ٥٠ = \frac{٣٠٠}{٦}$$

بما أن أبسط صورة للنسب السابقة متساوية فالمقياسان متناسبان وبالتالي فالعلاقة الخطية متناسبة.

تدريب على اختبار

٣٣ إذا كان ثمن ربطة الشعر الواحدة ٣,٥ ريال، فأبني

الجدول التالي يعبر عن القيم المناسبة للموقف؟

(أ)

أسعار ربطات الشعر				
عدد الربطات	٤	٣	٢	١
التكلفة بالريالات	٥,٧٥	٥	٤,٢٥	٣,٥

(ب)

أسعار ربطات الشعر				
عدد الربطات	٤	٣	٢	١
التكلفة بالريالات	١٥	١١,٥	٨	٤,٥

(ج)

أسعار ربطات الشعر				
عدد الربطات	٤	٣	٢	١
التكلفة بالريالات	٦	٥,٥	٥	٤,٥

(د)

أسعار ربطات الشعر				
عدد الربطات	٤	٣	٢	١
التكلفة بالريالات	١٤	١٠,٥	٧	٣,٥



معدل التغير الثابت = ٣,٥ ريال/ربطة

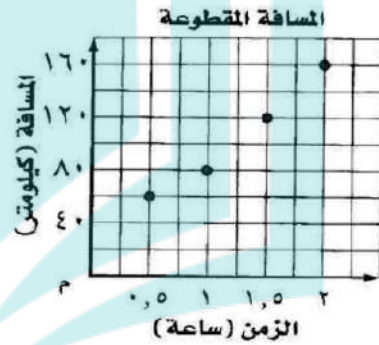
← ٢ ربطة = ٣,٥ × ٢ = ٧ ريال

← ٣ ربطة = ٣,٥ × ٣ = ١١,٥ ريال

← ٤ ربطة = ٣,٥ × ٤ = ١٤ ريال

← الإجابة الصحيحة: د

٢٤ بين الشكل التالي المسافة التي قطعها زيد بسيارته خلال رحلة. أي العبارات التالية صحيحة؟



أ) قاد زيد سيارته الرحلة كاملة بسرعة ثابتة قدرها ١٢٠ كيلومتراً في الساعة.

ب) قاد زيد سيارته في آخر ساعة بسرعة ثابتة قدرها ٨٠ كيلومتراً في الساعة.

ج) قاد زيد سيارته في آخر ساعة بسرعة ثابتة قدرها ٤٠ كيلومتراً في الساعة.

د) قاد زيد سيارته الرحلة كاملة بسرعة ثابتة قدرها ٨٠ كيلومتراً في الساعة.

لا يمكن رسم خط مستقيم بين جميع النقاط ولكن يمكن رسم خط مستقيم يصل بين النقاط التي تمثل آخر ساعة مسير وبالتالي آخر ساعة مسير خطية يسير كل نصف ساعة ٤٠ كلم:

$$\text{المعدل الثابت للتغير} = \frac{\text{التغير في المسافة}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{١٦٠ - ٨٠ \text{ [كلم]}}{٢ - ١ \text{ [ساعة]}} = ٨٠ \text{ كلم/ساعة}$$

بما أن معدل التغير ثابت فالعلاقة خطية أي يسير في الساعة الأخيرة بمعدل ٨٠ كلم كل ساعة

الإجابة الصحيحة: ب

مراجعة تراكمية

٢٥ درجات حرارة: بلغت درجة الحرارة الساعة السادسة صباحًا من أحد الأيام ١٧°س، وفي الساعة الحادية عشرة صباحًا بلغت ٢٧°س. أوجد معدل تغير درجة الحرارة بالدرجات لكل ساعة. (الدرس ٣-٢)

$$\text{المعدل} = \frac{\text{التغير في درجة الحرارة}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{١٧ - ٢٧}{٠٦:٠٠ - ١١:٠٠} = \frac{١٠}{٥} = ٢ \text{°س/ساعة}$$

بما أن المعدل موجب أي تزداد درجة الحرارة بمقدار ٢°س كل ساعة

٢٦ نقود: وفر عامل ٢٠ ريالاً يوميًا. هل يتناسب مقدار النقود التي يوفرها العامل مع عدد الأيام؟ وفسر إجابتك. (الدرس ٣-١)

نرسم جدولاً يوضح ما يوفره العامل خلال ٤ أيام:

عدد الأيام	١	٢	٣	٤
التوفير (ريال)	٢٠	٤٠	٦٠	٨٠

نكتب العلاقة بين مقدار التوفير وعدد الأيام بصور كسر بأبسط صورة

$$\frac{\text{التوفير}}{\text{عدد الأيام}} \leftarrow \frac{٢٠}{١} = \frac{٤٠}{٢} = \frac{٦٠}{٣} = \frac{٨٠}{٤} = ٢٠$$

بما أن أبسط صورة للنسب السابقة متساوية لذا: يتناسب مقدار النقود التي يوفرها العامل مع عدد الأيام

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من حلك:

$$٢٧ \quad ١٠ \times ٦ = ٥٥ \quad ١٨ \quad ٤ = ٣ \times ٨ \text{ ص}$$

الإجابة صحيحة $٢٧ \quad ١٠ \times ٦ = ٥٥ \leftarrow ٥٥ = ٦٠ = ٦٠ \leftarrow ١٢ = ٥٥$ التحقق: $٦٠ = ١٢ \times ٥ = ٥٥$ ص

الإجابة صحيحة $٢٨ \quad ٣ \times ٨ = ٤٤ \leftarrow ٤٤ = ٢٤ = ٢٤ \leftarrow ٤ = ٤$ التحقق: $٢٤ = ٦ \times ٤ = ٤$ ص

$$٢٩ \quad ٥ \times ٣ = ١٥ \quad ٣٠ \quad ١٣ = ٧ \times ٢, ١$$

الإجابة صحيحة $٢٧ \quad ٥ \times ٣ = ١٥ \leftarrow ١٥ = ١٥ \leftarrow ٧,٥ = ١٥$ التحقق: $١٥ = ٧,٥ \times ٢ = ١٥$ ص

الإجابة صحيحة $٢٨ \quad ١٣ = ٧ \times ٢, ١ \leftarrow ١٣ = ١٤,٧ \leftarrow ١٣ = ١٤,٧$ التحقق: $١٤,٧ = ٤,٩ \times ٣ = ١٣$ ص

حل التناسب ٤ - ٣

استعداً



للبيع
٢٥ - ٥٥ ريال

تسوق: يبين الشكل المجاور عرضًا

للبيع قَدَّمَهُ أحد المتاجر.

١ اكتب نسبة في أبسط صورة تقارن فيها

بين ثمن علب طلاء الأظافر وعددها.

٢ ترغب سميّة وصديقاتها في شراء

٦ علب طلاء أظافر. اكتب نسبة تقارن

فيها بين ثمن العلب وعددها.

٣ ها. يتناسب ثمن العلب مع عددها؟ وضح إجابتك.

$$(1) \text{ النسبة} = \frac{\text{ثمن العلب}}{\text{عدد العلب}} = \frac{5 \text{ ريال}}{2 \text{ علبة}}$$

$$(2) \text{ النسبة} = \frac{\text{ثمن العلب}}{\text{عدد العلب}} = \frac{3 \times 5 \text{ ريال}}{3 \times 2 \text{ علبة}} = \frac{15 \text{ ريال}}{6 \text{ علبة}} = \frac{5 \text{ ريال}}{2 \text{ علبة}}$$

(3) بما أن أبسط صورة للنسبتين السابقتين متساويتان ← يتناسب ثمن العلب مع عددها عندما يكون العدد زوجياً لأن العرض على السعر يشترط وجود علبتين (والعدد الزوجي من مضاعفات العدد 2)

تحقق من فهمك

حل كل تناسب مما يأتي:

$$(أ) \frac{9}{10} = \frac{س}{4}$$

اضرب تبادلياً

$$9 \times 4 = 10 \times س$$

أوجد ناتج الضرب

$$36 = 10س$$

أقسم الطرفين على 10

$$\frac{36}{10} = \frac{10س}{10}$$

$$س = 3,6$$

$$(ب) \frac{5}{ص} = \frac{2}{34}$$

اضرب تبادلياً

$$5 \times 34 = ص \times 2$$

أوجد ناتج الضرب

$$170 = ص2$$

أقسم الطرفين على 2

$$\frac{170}{2} = \frac{ص2}{2}$$

$$85 = ص$$

$$(ج) \frac{ن}{2,1} = \frac{7}{3}$$

اضرب تبادلياً

$$ن \times 3 = 2,1 \times 7$$

أوجد ناتج الضرب

$$3ن = 14,7$$

أقسم الطرفين على 3

$$\frac{3ن}{3} = \frac{14,7}{3}$$

$$ن = 4,9$$

تحقق من فهمك



(د) إعادة تدوير: إذا كانت عملية إعادة تدوير ٩٠٠ كجم من الورق تحمي ١٧ شجرة تقريباً، فاكتب تناسباً وحله لإيجاد عدد الأشجار المتوقع حمايتها، إذا تم تدوير ٢٢٥٠ كجم من الورق.

نكتب تناسب ونحله، ليكن س عدد الأشجار المتوقع حمايتها.

$$\frac{\text{كمية الورق المعاد تدويره}}{\text{عدد الأشجار المحمية}} \leftarrow \frac{٩٠٠}{١٧} = \frac{٢٢٥٠}{س}$$

اضرب تبادلياً

$$٢٢٥٠ \times ١٧ = س \times ٩٠٠$$

أوجد ناتج الضرب

$$٣٨٢٥٠ = س \times ٩٠٠$$

أقسم الطرفين على ٩٠٠

$$\frac{٣٨٢٥٠}{٩٠٠} = \frac{س \times ٩٠٠}{٩٠٠}$$

$$س = ٤٢,٥ \text{ شجرة}$$

أي يتوقع حماية ٤٢,٥ شجرة تقريباً عند إعادة تدوير ٩٠٠ كجم من الورق

تحقق من فهمك

(ه) طباعة: يطبع رامي صفتين في ١٥ دقيقة. اكتب معادلة تعبر عن العلاقة بين عدد الدقائق ن وعدد الصفحات المطبوعة ص. وإذا استمرت الطباعة وفق المعدل نفسه، فما عدد الدقائق اللازمة لطباعة ١٠ صفحات، ولطباعة ٢٥ صفحة؟

$$\text{ثابت التناسب} = \frac{\text{عدد الدقائق}}{\text{عدد الصفحات}} = \frac{١٥}{٣} = \frac{ن}{ص} \leftarrow ن = ٧,٥ ص$$

إيجاد عدد الدقائق اللازمة لطباعة ١٠ صفحات نعوض في المعادلة نفسها.

نكتب المعادلة

$$ن = ٧,٥ ص$$

نعوض عن ص بعدد الصفحات

$$ن = ١٠ \times ٧,٥$$

نبسط

$$ن = ٧٥ \text{ دقيقة}$$

← يحتاج ٧٥ دقيقة (ساعة وربع) لطباعة ١٠ صفحات

إيجاد عدد الدقائق اللازمة لطباعة ٢٥ صفحة نعوض في المعادلة نفسها.

نكتب المعادلة

$$ن = ٧,٥ ص$$

نعوض عن ص بعدد الصفحات

$$ن = ٢٥ \times ٧,٥$$

نبسط

$$ن = ١٨٧,٥ \text{ دقيقة}$$

← يحتاج ١٨٧,٥ دقيقة (ثلاث ساعات و ٧,٥ دقيقة) لطباعة ٢٥ صفحة

تأكد

المثال ١

حل كل تناسب مما يأتي:

$$\frac{١٠}{ب} = \frac{١,٥}{٦}$$

$$\begin{aligned}
 & 1,5 \times ب = 6 \times 10 \\
 & \text{أضرب تبادلياً} \\
 & 1,5 \times ب = 60 \\
 & \text{أوجد ناتج الضرب} \\
 & \frac{60}{1,5} = \frac{ب \ 1,5}{1,5} \\
 & \text{أقسم الطرفين على 1,5} \\
 & ب = 40
 \end{aligned}$$

$$\frac{ن}{36} = \frac{3,2}{9}$$

$$\begin{aligned}
 & ن \times 9 = 36 \times 3,2 \\
 & \text{أضرب تبادلياً} \\
 & ن \times 9 = 115,2 \\
 & \text{أوجد ناتج الضرب} \\
 & \frac{ن \ 9}{9} = \frac{115,2}{9} \\
 & \text{أقسم الطرفين على 9} \\
 & ن = 12,8
 \end{aligned}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{41}{س}$$

$$\begin{aligned}
 & 5 \times س = 2 \times 41 \\
 & \text{أضرب تبادلياً} \\
 & 5س = 82 \\
 & \text{أوجد ناتج الضرب} \\
 & \frac{5س}{5} = \frac{82}{5} \\
 & \text{أقسم الطرفين على 5} \\
 & س = 16,4
 \end{aligned}$$

للسؤالين ٤، ٥ افترض أن جميع المواقف متناسبة.

المثال ٢

١ أسنان؛ لكل ٧ أشخاص لا ينظفون أسنانهم يومياً هناك ١٨ شخصاً يفعلون ذلك.
اكتب تناسباً وحله لإيجاد عدد الأشخاص الذين ينظفون أسنانهم من بين ٦٥ شخصاً.

نكتب تناسب ونحله، ليكن س عدد الأشخاص الذين ينظفون أسنانهم.

$$\frac{س}{65} = \frac{18}{25} \leftarrow \frac{\text{عدد الأشخاص الذين ينظفون أسنانهم}}{\text{عدد الأشخاص الكلي}} \quad (\text{عدد الأشخاص الكلي} = 7 + 18 = 25)$$

$$\begin{aligned}
 & س \times 25 = 65 \times 18 \\
 & \text{أضرب تبادلياً} \\
 & 25س = 1170 \\
 & \text{أوجد ناتج الضرب} \\
 & \frac{25س}{25} = \frac{1170}{25} \\
 & \text{أقسم الطرفين على 25}
 \end{aligned}$$

س = ٦,٨ ء شخص ≈ ٤٧ شخص

أي يتوقع أن ينظف ٤٧ شخص أسنانهم من بين ٦٥ شخص

٦ عمل: يتقاضى عبد الله مبلغ ٨٤ ريالاً عن كل ٣ ساعات عمل. اكتب معادلة تعبر عن العلاقة بين المبلغ م وعدد الساعات س. ثم أوجد عدد الريالات التي يتقاضاها عبد الله إذا عمل ساعتين؟ وإذا عمل ٤,٥ ساعات؟

نكتب تناسب ونحله، س عدد ساعات العمل، م يمثل المبلغ الذي يتقاضاه عبد الله.

$$\frac{\text{المبلغ [م]}}{\text{عدد الساعات [س]}} \leftarrow \frac{٨٤}{٣} = \frac{م}{٣}$$

اضرب تبادلياً

أوجد ناتج الضرب

أقسم الطرفين على ٣

$$م \times ٣ = ٢ \times ٨٤$$

$$م \times ٣ = ١٦٨$$

$$\frac{م \times ٣}{٣} = \frac{١٦٨}{٣}$$

$$م = ٥٦ \text{ ريال}$$

أي يتقاضى عبد الله ٥٦ ريالاً في ساعتين عمل

$$\frac{\text{المبلغ [م]}}{\text{عدد الساعات [س]}} \leftarrow \frac{٨٤}{٣} = \frac{م}{٤,٥}$$

اضرب تبادلياً

أوجد ناتج الضرب

أقسم الطرفين على ٣

$$م \times ٣ = ٤,٥ \times ٨٤$$

$$م \times ٣ = ٣٧٨$$

$$\frac{م \times ٣}{٣} = \frac{٣٧٨}{٣}$$

$$م = ١٢٦ \text{ ريال}$$

أي يتقاضى عبد الله ١٢٦ ريالاً في ٤ ساعات ونصف من العمل

تدرب وحل المسائل

حل كل تناسب مما يأتي:

$$\frac{٣٢}{٥٦} = \frac{ك}{٧} \quad ٦$$

اضرب تبادلياً

أوجد ناتج الضرب

أقسم الطرفين على ٥٦

$$٣٢ \times ٧ = ٥٦ \times ك$$

$$٢٢٤ = ٥٦ \times ك$$

$$\frac{٢٢٤}{٥٦} = \frac{٥٦ \times ك}{٥٦}$$

$$ك = ٤$$



$$\frac{18}{39} = \frac{س}{13} \quad (7)$$

اضرب تبادلياً $18 \times 13 = 39 \times س$
 أوجد ناتج الضرب $234 = س \times 39$
 أقسم الطرفين على 39 $\frac{234}{39} = \frac{س \times 39}{39}$
س = 6

$$\frac{11}{5} = \frac{44}{ب} \quad (8)$$

اضرب تبادلياً $11 \times ب = 5 \times 44$
 أوجد ناتج الضرب $ب \times 11 = 220$
 أقسم الطرفين على 11 $\frac{ب \times 11}{11} = \frac{220}{11}$
ب = 20

$$\frac{د}{30} = \frac{6}{25} \quad (9)$$

اضرب تبادلياً $د \times 25 = 30 \times 6$
 أوجد ناتج الضرب $د \times 25 = 180$
 أقسم الطرفين على 25 $\frac{د \times 25}{25} = \frac{180}{25}$
د = 7,2

$$\frac{هـ}{9} = \frac{2,5}{6} \quad (10)$$

اضرب تبادلياً $هـ \times 6 = 9 \times 2,5$
 أوجد ناتج الضرب $هـ \times 6 = 22,5$
 أقسم الطرفين على 6 $\frac{هـ \times 6}{6} = \frac{22,5}{6}$
هـ = 3,75

$$\frac{0,4}{0,7} = \frac{2}{و} \quad (11)$$

اضرب تبادلياً $0,4 \times و = 0,7 \times 2$
 أوجد ناتج الضرب $و \times 0,4 = 1,4$



أقسم الطرفين على ٠,٤

$$\frac{1,4}{0,4} = \frac{0,4}{0,4}$$

$$3,5 = 0$$

للأسئلة ١٢ - ١٧ افترض أن جميع المواقف فيها متناسبة.

١٢ أقلام: دفع حازم ١٠,٩٥ ريالاً ثمناً لدرزن أقلام. اكتب تناسباً وحله لإيجاد ثمن ٤ أقلام. (الدرزن = ١٢)

نكتب تناسب ونحله، س يمثل ثمن ٤ أقلام.

(١٠,٩٥ ثمن درزن أي ثمن ١٢ قلماً)

$$\frac{\text{ثمن الأقلام}}{\text{عدد الأقلام}} \leftarrow \frac{10,95}{12} = \frac{س}{4}$$

اضرب تبادلياً

$$س \times 12 = 4 \times 10,95$$

أوجد ناتج الضرب

$$س \times 12 = 43,8$$

أقسم الطرفين على ١٢

$$\frac{س \times 12}{12} = \frac{43,8}{12}$$

$$س = 3,65$$

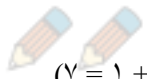
أي أن ثمن ٤ أقلام يساوي ٣,٦٥ ريال

١٣ مرض: مقابل كل شخص مصاب فعلياً بالأنفلونزا هناك ٦ أشخاص مصابون بأعراض

تشبه الأنفلونزا ناتجة عن البرد. إذا قام الطبيب بفحص ٤٠ مريضاً، فاكتب تناسباً وحله

لإيجاد عدد الأفراد الذين يعانون أعراضاً ناتجة عن البرد من بين هؤلاء المرضى.

نكتب تناسب ونحله، ليكن ص عدد الأفراد الذين يعانون من أعراضاً ناتجة عن البرد.



(عدد الأشخاص الكلي = ٦ + ١ = ٧)

$$\frac{\text{عدد الذين يعانون من أعراض ناتجة عن البرد}}{\text{عدد الأشخاص الكلي}} \leftarrow \frac{ص}{40} = \frac{6}{7}$$

اضرب تبادلياً

$$ص \times 7 = 40 \times 6$$

أوجد ناتج الضرب

$$ص \times 7 = 240$$

أقسم الطرفين على ٧

$$\frac{ص \times 7}{7} = \frac{240}{7}$$

$$ص = 34,3 \approx 34 \text{ شخص}$$

أي يتوقع أن يعاني ٣٤ شخص من أعراض ناتجة عن البرد من بين ٤٠ مريض فحصهم الطبيب.

سفره؛ إذا كانت سرعة ١٠٠ كلم/س تساوي تقريباً ٦٢ ميلاً/س. فاكتب تناسباً وحله
للتنبؤ بالقياسات المطلوبة في السؤالين ١٤، ١٥ مقرباً الناتج إلى أقرب عدد صحيح:
١٤ سرعة بالميل /س تكافئ ٧٥ كلم/س.

نكتب تناسب ونحله، لتكن s تمثل السرعة بالميل /س.

$$\frac{\text{السرعة بالكلم/س}}{\text{السرعة بالميل/س}} \leftarrow \frac{100}{62} = \frac{75}{s}$$

اضرب تبادلياً

$$100 \times s = 75 \times 62$$

أوجد ناتج الضرب

$$100s = 4650$$

أقسم الطرفين على ١٠٠

$$\frac{100s}{100} = \frac{4650}{100}$$

$$s = 46.5 \approx 47 \text{ ميل /س}$$

أي سرعة ٤٧ ميل/س تكافئ تقريباً ٧٥ كلم/س.

١٥ سرعة بـ كلم/س تكافئ ٢٠ ميل/س.

نكتب تناسب ونحله، لتكن v تمثل السرعة بالكلم /س.

$$\frac{\text{السرعة بالكلم/س}}{\text{السرعة بالميل/س}} \leftarrow \frac{100}{62} = \frac{20}{v}$$

اضرب تبادلياً

$$100 \times v = 20 \times 62$$

أوجد ناتج الضرب

$$100v = 2000$$

أقسم الطرفين على ٦٢

$$\frac{100v}{62} = \frac{2000}{62}$$

$$v = 32.3 \approx 32 \text{ كلم /س}$$

أي سرعة ٢٠ ميل/س تكافئ تقريباً ٣٢ كلم/س.

١٦ تصوير: يحتاج التقاط ٣ صور إلى دقيقتين. اكتب معادلة تمثل العلاقة بين عدد
الصور v وعدد الدقائق d . وكم يستغرق التقاط ١٠ صور وفق المعدل نفسه؟

نكتب تناسب ونحله، حيث يمثل v عدد الصور، d عدد الدقائق.

$$\frac{\text{عدد الصور}}{\text{عدد الدقائق}} \leftarrow \frac{3}{2} = \frac{10}{d}$$

اضرب تبادلياً

$$3 \times d = 10 \times 2$$

أوجد ناتج الضرب

$$3d = 20$$



أقسام الطرفين على ٣

$$\frac{20}{3} = \frac{d}{3}$$

$$d = 6,66 \approx 7 \text{ دقيقة}$$

أي يستغرق التقاط ١٠ صور ٧ دقائق تقريباً.

١٧٠ قياس: يتناسب عرض كتفي الفرد مع طوله، فإذا كان طول أحد الأشخاص ١٦٢,٦ سم وعرض كتفيه ٤١,٢ سم، فأوجد طول شخص آخر عرض كتفيه ٤٦,٣ سم.

نكتب تناسب ونحله، حيث يمثل ط طول الشخص.

$$\frac{\text{طول الشخص}}{\text{عرض كتفيه}} \leftarrow \frac{162,6}{41,2} = \frac{ط}{46,3}$$

اضرب تبادلياً

$$ط \times 41,2 = 46,3 \times 162,6$$

أوجد ناتج الضرب

$$ط \times 41,2 = 7528,38$$

أقسام الطرفين على ٤١,٢

$$\frac{ط \times 41,2}{41,2} = \frac{7528,38}{41,2}$$

$$ط = 182,7 \text{ سم}$$

أي أن شخص عرض كتفيه ٤٦,٣ يبلغ طوله ١٨٢,٧ سم تقريباً.

مسائل

مهارات التفكير العليا

١٨٠ مسألة مفتوحة: لعمل طبق حلوى نحتاج إلى $\frac{1}{3}$ ملعقة سكر لكل ٣ ملاعق حليب. اكتب كميتين أخريين متناسبتين من السكر والحليب، إحداهما أكبر، والأخرى أصغر. فسر إجابتك.

نكتب تناسب ونوجد معادلة التناسب لنتمكن من إيجاد الكميات بسهولة، حيث يمثل س عدد ملاعق السكر، ح عدد ملاعق الحليب.

$$\frac{\text{عدد ملاعق الحليب}}{\text{عدد ملاعق السكر}} \leftarrow \frac{3}{1,5} = \frac{ح}{س} \leftarrow 2 = ح = 2 \text{ س} \quad (\text{معادلة تمثل أن كمية الحليب هي ضعف كمية السكر})$$

الكمية الأكبر: مثلاً ٣ ملاعق سكر $\leftarrow ح = 3 \times 2 = 6$ ملاعق حليب (الكمية الأكبر: ٣ ملاعق سكر، ٦ ملاعق حليب)

الكمية الأصغر: مثلاً ١ ملعقة سكر $\leftarrow ح = 1 \times 2 = 2$ ملعقة حليب (الكمية الأصغر: ١ ملعقة سكر، ٢ ملعقة حليب)

تحدد: حل كل معادلة مما يأتي:

$$\frac{18}{5+س} = \frac{2}{3} \quad ١٩$$

اضرب تبادلياً

$$18 \times 3 = (5+س) \times 2$$

نوزع الضرب على الجمع ونوجد ناتج الضرب

$$54 = 10 + 2س$$

نطرح ١٠ من الطرفين $١٠ - ٥٤ = ٢س$

أقسم الطرفين على ٢ $\frac{٤٤}{٢} = \frac{٢س}{٢}$

$٢٢ = ٢س$

$\frac{٧}{٥} = \frac{٤-س}{١٠}$ ٢٠

اضرب تبادلياً

$٧ \times ١٠ = ٥ \times (٤ - س)$

نوزع الضرب على الجمع ونوجد ناتج الضرب

$٧٠ = ٢٠ - ٥س$

نضيف ٢٠ للطرفين

$٢٠ + ٧٠ = ٥س + ٢٠$

أقسم الطرفين على ٥

$\frac{٩٠}{٥} = \frac{٥س}{٥}$

$١٨ = ٥س$

$\frac{٣}{٨} = \frac{٤,٥}{١٧-س}$ ٢١

اضرب تبادلياً

$٣ \times (١٧ - س) = ٨ \times ٤,٥$

نوزع الضرب على الجمع ونوجد ناتج الضرب

$٥١ - ٣س = ٣٦$

نضيف ٣س ونطرح ٣٦ من الطرفين

$٥١ - ٣٦ = ٣س$

أقسم الطرفين على ٣

$\frac{١٥}{٣} = \frac{٣س}{٣}$

$٥ = ٣س$

٢٢ **الكتب** لماذا يكون من الأسهل كتابة معادلة لتمثيل علاقة تناسب بدلاً من كتابة تناسب.

لأن المعادلة هي الشكل المتخصص للتناسب وبالتالي نختصر الكثير من المراحل الحسابية لإيجاد قيمة المجهول عند استخدام المعادلة



تدريب على اختبار

٢٣ إذا علمت أن العضلات في جسم الإنسان توجد

بمعدل ٢ كجم لكل ٥ كجم من كتلة الجسم

تقريباً، فأأي المعادلات التالية تستعمل لإيجاد كتلة

العضلات (ك) في جسم شخص كتلته ٨٥ كجم؟

(ج) $\frac{٢}{٥} \times ٨٥$

(أ) $٨٥ \times ٥ = ك$

(د) $\frac{٥}{٢} \times ٨٥ = ك$

(ب) $٢ \times ٥ = ك$

كتلة العضلات [ك] = $\frac{2}{5}$ ← كتلة الجسم [ج] = $\frac{2}{5} \times ج$ ← ك = $\frac{2}{5} \times ٨٥$ ← الإجابة الصحيحة (ج)

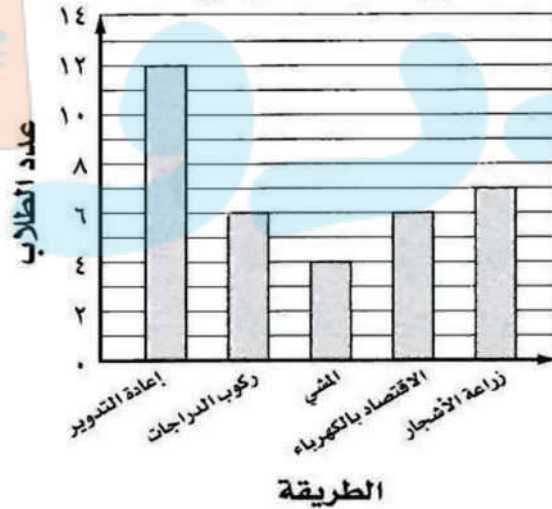
٢٤ يجري عداء بمعدّل ٢١٦ م في ١٨ ثانية، إذا استمر العداء بالمعدّل نفسه، فكم دقيقة تقريباً يحتاج لقطع مسافة ٧٨٠ م؟

- (أ) دقيقة واحدة
(ب) دقيقتان
(ج) ٣ دقائق
(د) ٥ دقائق

المسافة $\frac{٧٨٠}{س} = \frac{٢١٦}{١٨}$ ← الزمن $\frac{٢١٦}{١٨} = \frac{٧٨٠}{س}$ ← س = ١٤٠.٤٠ ← س = ٦٥ ثانية ≈ ١ دقيقة ← الإجابة الصحيحة (أ)

٢٥ **إجابة قصيرة:** بين التمثيل بالأعمدة أدناه نتائج دراسة مسحية أجريت على طلاب أحد صفوف مدرسة متوسطة، حول أفضل طريقة للمحافظة على البيئة، إذا كان عدد طلاب المدرسة ٥١٥ طالباً، فاكتب تناسباً لتوقع عدد طلاب المدرسة الذين يعتقدون أن إعادة التدوير هي أفضل طريقة للمحافظة على البيئة.

طرق المحافظة على البيئة



عدد طلاب الصف = ١٢ + ٦ + ٤ + ٦ + ٧ = ٣٥ طالباً

نكتب تناسب ونحله، حيث يمثل س عدد الطلاب الذين يعتقدون أن إعادة التدوير هي أفضل طريقة للمحافظة على البيئة.

عدد الطلاب المؤيدين لإعادة التدوير $\frac{١٢}{س} = \frac{٣٥}{٥١٥}$ ← عدد الطلاب الكلي

$$\begin{aligned} 12 \times 515 &= 35 \times \text{س} \\ 6180 &= 35 \times \text{س} \\ \frac{6180}{35} &= \frac{35 \times \text{س}}{35} \end{aligned}$$

$$\text{س} = 176,6 \approx 177 \text{ طالباً}$$

أي أن 177 طالباً في المدرسة يعتقد أن إعادة التدوير هي أفضل طريقة للمحافظة على البيئة.

مراجعة تراكمية

٢٦ **رعاية أطفال:** تدفع مها ١٥، ٣٠، ٤٥، ٦٠ ريالاً لمرية أطفال مقابل عملها: ١، ٢، ٣، ٤ ساعات على الترتيب. هل العلاقة خطية بين المبلغ المدفوع وعدد الساعات؟ إذا كانت كذلك، فأوجد المعدل الثابت للتغير. وإذا لم تكن كذلك، فوضح إجابتك. (الدرس ٣-٣)

كلما زاد عدد ساعات عمل المربية ١ ساعة زاد المبلغ الذي تدفعه مها لها بمقدار ١٥ ريال بما أن معدل التغير ثابت فالعلاقة بين المبلغ المدفوع وعدد الساعات علاقة خطية، والمعدل الثابت للتغير هو:

$$\frac{\text{التغير في المبلغ المدفوع}}{\text{التغير في عدد الساعات}} = \frac{30 - 15}{2 - 1} = \frac{15}{1} = 15 \text{ ريال/ساعة.}$$

بما أن معدل التغير موجب أي يزداد المبلغ المدفوع بمقدار ١٥ ريال لكل ساعة عمل زيادة

٢٧ **وقود:** تستهلك سيارة نايف ٨، ٤ لترات من الوقود لتقطع مسافة ٤٠ كيلومتراً. إذا استمر استهلاك السيارة بهذا المعدل، فكم ريالاً سيدفع سعيد إذا قطع مسافة ٢٥٠ كيلومتراً، إذا علمت أن سعر لتر الوقود ٦، ٠ ريالاً؟ (الدرس ٣-٢)

نكتب تناسب ونحله، حيث يمثل س كمية الوقود المستهلك

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{كمية الوقود}} \leftarrow \frac{40}{\text{س}} = \frac{250}{4,8}$$

$$250 \times 4,8 = \text{س} \times 40$$

$$1200 = \text{س} \times 40$$

$$\frac{1200}{40} = \frac{\text{س} \times 40}{40}$$

$$\text{س} = 30 \text{ لتر}$$

أي أن نايف يستهلك ٣٠ ليتراً لقطع مسافة ٢٥٠ كيلو متراً.

الكتلة = عدد اللترات × سعر اللتر = ٠,٦ × ٣٠ = ١٨ ريالاً

← سيدفع نايف ١٨ ريالاً إذا قطع مسافة ٢٥٠ كيلو متراً



اضرب تبادلياً

أوجد ناتج الضرب

أقسم الطرفين على ٤٠



الاستعداد للدرس اللاحق

١٨ مهارة سابقة: إذا كان ثمن تذكرة الدخول إلى مدينة ألعاب ١٢ ريالاً، وتكلفة كل لعبة فيها ٧,٥ ريالاً، فما مجموع المبلغ الذي يدفعه عبد الرحمن إذا لعب ٦ ألعاب؟

المبلغ الكلي = ثمن تذكرة الدخول + (تكلفة اللعبة الواحدة \times ٦) + ١٢ = $(٦ \times ٧,٥) + ١٢ = ٤٥ + ١٢ = ٥٧$ ريالاً
أي سيدفع عبد الرحمن ٥٧ ريالاً إذا دخل مدينة الألعاب ولعب ٦ ألعاب

اختبار منتصف الفصل

١ اختيار من متعدد: تتضمن تعليمات الرحلات في إحدى المدارس أن يرافق ٣ معلمين كل ٤٠ طالباً. إذا ذهب في رحلة ١٢٠ طالباً، فكم معلماً يرافق الطلاب في الرحلة؟ (الدرس ٣-٤)

- (أ) ٣
(ب) ٦
(ج) ٩
(د) ١٢

عدد الطلاب / عدد المعلمين $\leftarrow \frac{٤٠}{٣} = \frac{١٢٠}{س} \leftarrow ٤٠ = س \leftarrow ٩ = س$ (الإجابة الصحيحة: ج)

٢ آيس كريم: يبيع محل مثلجات ٧٢ علبه آيس كريم بمذاق الشوكولاتة في يوم العمل المكون من ٨ ساعات إذا باع المحل ٩ علب في ساعة واحدة، فهل يتناسب عدد العلب المباعة بالساعة الواحدة مع عدد العلب المباعة في يوم العمل كاملاً؟ (الدرس ٣-١)

نكتب تناسباً لمعرفة إذا كانت البيانات متناسبة أم لا:

عدد علب الآيس كريم / عدد الساعات $\leftarrow \frac{٧٢}{٨} = ٩, \frac{٩}{١} = ٩$

بما أن أبسط صورة للنسب السابقة متساوية \leftarrow يتناسب عدد العلب المباعة بالساعة مع عدد العلب المباعة في يوم عمل كامل

٣ غسل الأطباق: غسلت مريم ٦٠ طبقاً في ٣٠ دقيقة، إذا كانت تحتاج إلى ٣ دقائق لغسل ٦ أطباق، فهل تتناسب عدد الأطباق المغسولة في ٣ دقائق مع العدد الكلي للأطباق التي غسلتها مريم في ٣٠ دقيقة؟ (الدرس ٣-١)



نكتب تناسباً لمعرفة إذا كانت البيانات متناسبة أم لا:

$$\frac{\text{عدد الأطباق المغسولة}}{\text{زمن غسلها}} \leftarrow \frac{60}{30} = 2, \frac{6}{3} = 2$$

بما أن أبسط صورة للنسب السابقة متساوية \leftarrow يتناسب عدد الأطباق المغسولة في 3 دقائق مع عدد الأطباق الكلي المغسول في 30 دقيقة

4 درجات حرارة: في أحد أيام الصيف، بلغت

درجة الحرارة الساعة الثامنة صباحاً 27°س، وفي الساعة الثانية عشرة ظهراً بلغت 41°س. أوجد معدل تغير درجة الحرارة بالدرجات لكل ساعة. (الدرس 3-2)

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في درجة الحرارة}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{41 - 27}{12 - 8} = \frac{14}{4} = 3,5 \text{ درجة/ساعة}$$

بما أن معدل التغير موجب أي زادت درجة الحرارة بمعدل 3,5 درجة كل ساعة بين الساعة 8 صباحاً والثانية عشرة ظهراً

5 مستشفيات: استعمل المعلومات في الجدول

التالي لإيجاد معدل التغير في عدد المستشفيات بين عامي 1431 و 1437 هـ. (الدرس 3-2)

عدد المستشفيات في المملكة	
عدد المستشفيات	العام
415	1431 هـ
470	1437 هـ

المصدر: الكتاب الإحصائي السنوي (1437 هـ)

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في عدد المستشفيات}}{\text{التغير في السنوات}} = \frac{470 - 415}{1437 - 1431} = \frac{55}{6} \approx 9 \text{ مستشفى/سنة}$$

بما أن المعدل موجب أي يزداد عدد المستشفيات في المملكة بمقدار 9 مستشفيات كل سنة بين عامي 1431 و 1437 هـ

6 سيارات: يبين الجدول التالي سعر سيارة نوع ما

بآلاف الريالات، وعمر السيارة المقابل بالسنوات. هل العلاقة خطية بين سعر السيارة وعمرها؟ إذا كانت كذلك، فأوجد المعدل الثابت للتغير. وإذا لم يكن كذلك، فوضح إجابتك. (الدرس 3-3)

سعر السيارة (بالآلاف الريالات)	عمر السيارة (بالسنوات)
100	1
85	2
70	3
55	4

كلما زاد عمر السيارة سنة نقص سعرها بمقدار 15 ريال.

بما أن معدل التغير ثابت فالعلاقة خطية ومعدل التغير الثابت هو: -15 ريال/سنة أي: ينقص سعر السيارة بمقدار 15 ريال كل سنة

٧ سفر: أوجد المعدل الثابت للتغير في عدد الساعات وعدد الكيلومترات اعتماداً على التمثيل البياني أدناه، وفسّر معناه. (الدرس ٣-٣)



بما أن البيانات مرسومة بشكل خطي على التمثيل البياني فالعلاقة بين البيانات خطية نختار نقطتان لنوجد معدل التغير الثابت بينهما:

(٢، ١٣٠) بعد ساعتين من الانطلاق قطعت مسافة تعادل ١٣٠ كيلومتراً

(٦، ٣٩٠) بعد ٦ ساعات من الانطلاق قطعت مسافة تعادل ٣٩٠ كيلومتراً

$$\text{المعدل الثابت للتغير} = \frac{\text{التغير في المسافة}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{١٣٠ - ٣٩٠}{٢ - ٦} = \frac{٢٦٠}{٤} = ٦٥ \text{ كيلومتر/ساعة}$$

حُل كل تناسب مما يلي: (الدرس ٣-٤)

$$\frac{١٥}{٢٤} = \frac{س}{٣٦} \quad \frac{١١}{٢} = \frac{٣٣}{ر}$$

(٨)

$$١١ = ٣٣ \times ٢ = ٦٦ \leftarrow ر = ٦$$

(٩)

$$٢٤ = ٣٦ \times ١٥ = ٥٤٠ \leftarrow س = ٢٢,٥$$

١١ اختيار من متعدد: يصنع خباز طبقاً من الحلوى

بخلط ٤ أكواب من الطحين لكل ٢,٥ كوب من الماء.

إذا كان لدى الخباز ٢٤ كوباً من الطحين، فكم كوباً من

الماء يحتاج الخباز لعمل الخليط؟ (الدرس ٣-٤)

٨ (ج)

١٥ (أ)

٦ (د)

١٢ (ب)

$$\text{كمية الطحين} \leftarrow \frac{٤}{٢,٥} = \frac{٢٤}{س} \leftarrow ٤ = ٢,٥ \times ٢٤ \leftarrow ٤ = س \leftarrow ٦٠ = س \leftarrow ١٥ = \text{كوب ماء} \leftarrow \text{الإجابة الصحيحة (أ)}$$

١١ **قياس:** يتشر الضوء مسافة ١٨٦٠٠٠٠ ميل تقريباً في ١٠ ثوانٍ. كم ثانية يحتاج الضوء لقطع مسافة ٩٣٠٠٠٠٠٠٠ ميلاً من الشمس إلى الأرض؟

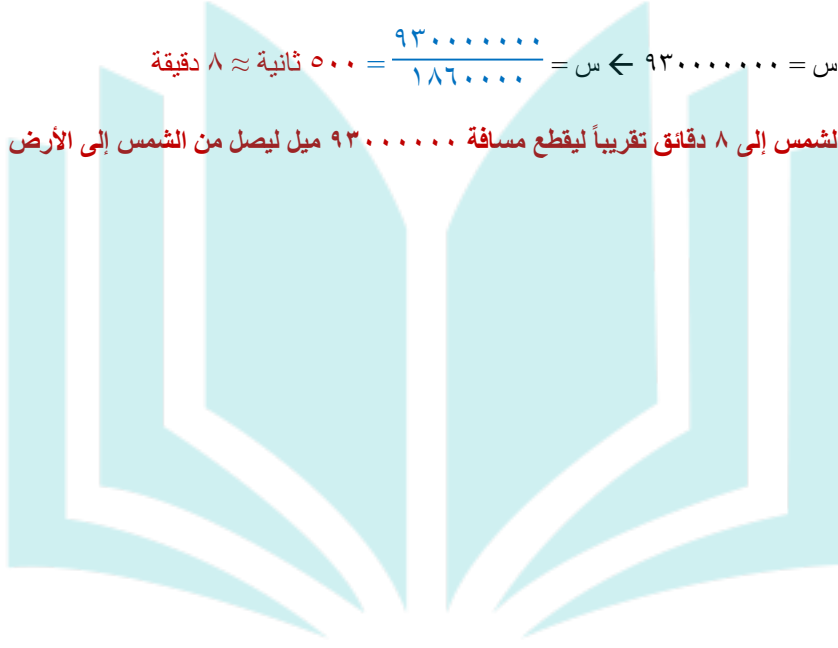
(الدرس ٣-٤)

نكتب تناسباً ، بحيث س تمثل كم ثانية يحتاج الضوء لقطع ٩٣٠٠٠٠٠٠٠ ميل

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} \leftarrow \frac{١٨٦٠٠٠٠٠}{١٠} = \frac{٩٣٠٠٠٠٠٠٠}{\text{س}} \leftarrow \frac{١٨٦٠٠٠٠٠}{٩٣٠٠٠٠٠٠٠} \times ١٠ = \text{س}$$

$$\leftarrow ١٦٨٠٠٠٠٠ = \text{س} \leftarrow ٩٣٠٠٠٠٠٠٠ = \frac{٩٣٠٠٠٠٠٠٠}{١٨٦٠٠٠٠٠} = \text{س} \leftarrow ٥٠٠ = \text{ثانية} \approx ٨ \text{ دقيقة}$$

أي يحتاج ضوء الشمس إلى ٨ دقائق تقريباً ليقطع مسافة ٩٣٠٠٠٠٠٠٠٠ ميل ليصل من الشمس إلى الأرض



دروني



استراتيجية حل المسألة

٥ - ٣

فكرة الدرس : أحل المسائل باستعمال استراتيجية الرسم ..

حلل الاستراتيجية

١ صف طريقة أخرى لإيجاد عدد المقاعد في هذا القسم من المسرح دون أن ترسم شكلاً.

مقعد زيد في الصف الخامس من الأمام والثالث من الخلف وبذلك تم احتساب صف زيد مرة من الأمام ومرة من الخلف

← عدد الصفوف = $٥ + ٣ - ١ = ٧$ صفوف (طرحنا ١ حتى يكون صف زيد قد حسب مرة واحدة)

مقعد زيد هو الثاني من اليمين والسادس من اليسار وبذلك تم احتساب مقعد زيد مرة من اليمين ومرة من اليسار

← عدد مقاعد كل صف = $٦ + ٢ - ١ = ٧$ مقاعد في كل صف (طرحنا ١ حتى يكون مقعد زيد قد حسب مرة واحدة)

عدد المقاعد = عدد المقاعد في كل صف \times عدد الصفوف = $٧ \times ٧ = ٤٩$ مقعداً

٢ **الكتب** مسألة يمكن حلها برسم شكل، ثم ارسم الشكل وحلها.

في المقاعد المدرسية يجلس أحمد خلف صديقه خالد وأمام صديقه مصطفى وعلى يساره زميله محمود وعلى يمينه صديقه سامي ويجلس محمد أمام محمود. ارسم شكلاً يبين أماكن جلوس الزملاء وأين يجلس محمد بالنسبة لخالد

افهم

- ١) أحمد خلف خالد
- ٢) أحمد أمام مصطفى
- ٣) محمود على يسار أحمد
- ٤) سامي على يمين أحمد

خطط:

نرسم شكلاً يمثل البيانات أعلاه

حل:

يتبين من الشكل أن محمد يجلس على يسار خالد

أمام

محمد	خالد	
محمود	أحمد	سامي
	مصطفى	

يمين

خلف

تحقق

الشكل يحقق المعطيات فالحل صحيح



(٢) سرعة صب الماء ٨٠ ليتر كل ٦ دقائق

المطلوب: عدد الدقائق اللازمة لملء الحوض

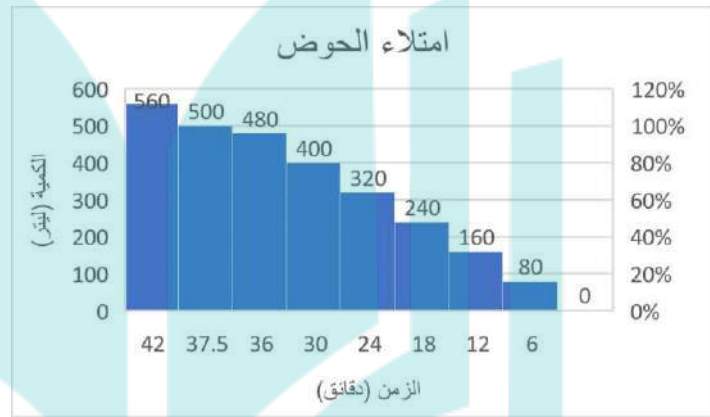
خطط:

نرسم شكلاً يبين مراحل امتلاء الحوض بالاعتماد على المعطيات

حل:

$$\text{كمية الماء} \leftarrow \frac{٨٠}{٦} = \frac{٥٠٠}{س} \leftarrow س = \frac{٥٠٠ \times ٦}{٨٠} = ٣٧,٥ \text{ دقيقة}$$

عدد الدقائق اللازمة لملء الحوض هي ٣٧,٥ دقيقة



تحقق

عدد الدقائق في الشكل تعادل ٣٧,٥ دقيقة فالإجابة صحيحة

٥ هندسة: تم تشكيل هرم

رباعي القاعدة باستعمال

كرات صغيرة كما في

الشكل. إذا كان الهرم مكوناً

من خمس طبقات، فما عدد الكرات؟

أفهم:

المعطيات: هرم رباعي القاعدة مكون من كرات صغيرة

المطلوب: عدد الكرات إذا كان مكوناً من ٥ طبقات

خطط:

نرسم شكلاً يبين عدد الكرات بالاعتماد على المعطيات

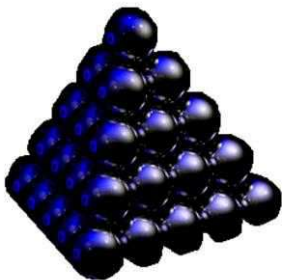
حل:

نلاحظ أن الصف الأول مكون من ١ كرة (١) والثاني من ٤ كرات (٢)

والثالث من ٩ كرات (٣) ← عدد كرات الصف يساوي مربع ترتيب

الصف.

$$\text{عدد كرات الصف الرابع} = ٢٤ = ١٦$$



عدد الكرات في الصف الخامس = ٢٥ = ٢٥

العدد الكلي للكرات في الهرم = ١ + ٤ + ٩ + ١٦ + ٢٥ = ٥٥ كرة

تحقق

عدد الكرات في الشكل بالعد هو ٥٥ كرة فالحل صحيح.

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٦-١١:

من استراتيجيات حل المسألة:

- الحل عكسيًا
- البحث عن نمط
- استعمال أشكال فن
- رسم شكل

٦ أعمار: أحمد وعبدالرحمن وعلي وبدر وأنس
أصدقاء. إذا كان أحمد ليس الأصغر، وبدر أصغر
من أحمد، لكنه أكبر من علي، وعلي أكبر من
عبدالرحمن وأنس، وعبدالرحمن ليس الأصغر،
فاكتب أسماء هؤلاء الأصدقاء مرتبين حسب
أعمارهم من الأصغر إلى الأكبر.

افهم:

المعطيات:

- (١) ٥ أصدقاء
- (٢) أحمد ليس الأصغر
- (٣) بدر أصغر من أحمد وأكبر من علي
- (٤) علي أكبر من عبد الرحمن وأنس
- (٥) عبد الرحمن ليس الأصغر

المطلوب: كتابة أسماء الأصدقاء مرتبين بالأعمار من الأصغر إلى الأكبر

خط:

نستخدم خطة الحل العكسي انطلاقاً من النتيجة رجوعاً إلى المعطيات

حل:

بدر أصغر من أحمد ← أحمد هو الكبير وبدر أصغر منه

بدر أكبر من علي وعلي أكبر من عبد الرحمن وأنس ← علي هو الثالث بعد أحمد وبدر

علي أكبر من عبد الرحمن وأنس وعبدالرحمن ليس الأصغر ← الأصغر هو أنس وعبد الرحمن أكبر منه ثم علي أكبر منه

الترتيب من الأصغر إلى الأكبر: أنس ، عبد الرحمن ، علي ، بدر ، أحمد

تحقق

الترتيب يتوافق مع المعطيات وبالتالي الحل صحيح.

٧ خرائط : يقع منزل سلطان عند النقطة (٧ ، ٩) على المستوى الإحداثي. وتقع مدرسته عند النقطة (٢ ، ٦). إذا كان هناك طريق يربط بين المنزل والمدرسة، وطول كل وحدة على المستوى الإحداثي هو ١ ، ٠ كيلومتر، فما المسافة بين المنزل والمدرسة؟

افهم:

المعطيات:

- ١ منزل سلطان عند النقطة (٧ ، ٩)
- ٢ مدرسة سلطان عند النقطة (٢ ، ٦)
- ٣ يوجد طريق مستقيم بين المنزل والمدرسة
- ٤ طول كل وحدة على المستوى الإحداثي ٠,١ كيلومتر

المطلوب: المسافة بين المنزل والمدرسة

خطط:

نرسم مستوي الاحداثيات ونجعل الطريق بين المنزل والمدرسة يمثل وتر مثلث قائم لنستخدم فيثاغورس في حساب طوله.

حل:

حسب قفاغورس: مربع الوتر = مجموع مربعي الضلعين القائمتين

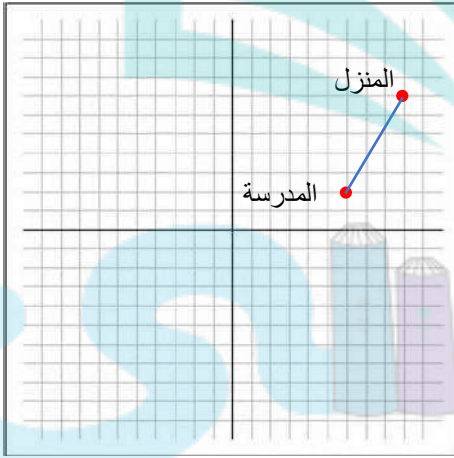
$$(الوتر)^2 = 25 + 9 = (2-7)^2 + (6-9)^2 = 34$$

$$الوتر = \sqrt{34} = 5,8 \text{ وحدة}$$

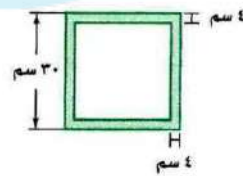
المسافة بين المنزل والمدرسة = $0,1 \times 5,8 = 0,58$ كيلومتر

تحقق

بقياسها بالمسطرة وضرب الطول بـ ٠,١ نحصل على نفس الناتج.



٨ ألبوم صور: إذا كانت



صفحة الألبوم مربعة

الشكل، طول ضلعها

٣٠ سم، فما عدد

الصور التي يمكن

تثبيتها في الصفحة الواحدة، إذا علمت أن بُعدي كل

منها ٦ سم ، ١٠ سم؟ علماً بأنه يُترك فراغ بين كل

صورتين بمقدار ١ سم، وفراغ آخر من جميع

الجوانب بمقدار ٤ سم على الأقل.

افهم:



المعطيات:

- (١) طول ضلع الصفحة ٣٠ سم
- (٢) بعدي الصورة ٦ سم و ١٠ سم
- (٣) فراغ بين كل صورتين ١ سم
- (٤) فراغ بين جميع الجوانب ٤ سم

المطلوب: عدد الصور التي يمكن تثبيتها في الصفحة الواحدة

خطط:

في البداية نطرح الفراغ الجانبي من طول ضلع الصفحة
ثم نقسم الطول المتبقي على ٧ (عرض الصورة مع الفراغ بين الصورتين) لمعرفة كم صورة في الصف الواحد
ثم نقسم الطول المتبقي أيضاً على ١١ (طول الصورة مع الفراغ بين الصورتين) لمعرفة كم صورة في العمود الواحد.

حل:

$$\begin{aligned} \text{طول الضلع بعد طرح الفراغ الجانبي} &= 30 - 4 - 4 = 22 \text{ سم} \\ \text{عدد الصور في الصف الواحد} &= 22 \div 7 \approx 3 \text{ صور} \\ \text{عدد الصور في العمود الواحد} &= 22 \div 11 = 2 \text{ صورة} \\ \text{عدد الصور التي يمكن تثبيتها في الصفحة الواحدة} &= \text{عدد صور الصف} \times \text{عدد صور العمود} = 3 \times 2 = 6 \text{ صور.} \end{aligned}$$

تحقق

بحساب مساحة الصفحة بعد حذف الفراغات وتقسيمها على مساحة الصورة الواحدة بعد إضافة الفراغات نحصل على نفس النتيجة تقريباً فالإجابة منطقية.

٩ عصائر: في إحدى المناسبات السعيدة شرب

١٢ شخصاً عصير الفراولة، بينما شرب ٨ أشخاص
عصير البرتقال. إذا شرب ٥ أشخاص كلاً من
الفراولة والبرتقال، فما عدد الأشخاص المشاركين
في المناسبة؟

افهم:

المعطيات:

- (١) ١٢ شخص شرب عصير فراولة
- (٢) ٨ أشخاص شربوا عصير البرتقال
- (٣) ٥ أشخاص شربوا الفراولة والبرتقال

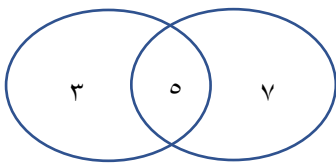
المطلوب: عدد الأشخاص المشاركين في المناسبة

خطط:

نستخدم مخطط كالفن للحل.

حل:

$$\begin{aligned} \text{الذين شربوا فراولة فقط} &= 12 - 5 = 7 \text{ أشخاص} \\ \text{الذين شربوا برتقال فقط} &= 8 - 5 = 3 \text{ أشخاص.} \\ \text{عدد الأشخاص} &= 5 + 7 + 3 = 15 \text{ شخص} \end{aligned}$$



برتقال

فراولة



تحقق

الناتج يتوافق مع المعطيات فالحل منطقي

١٠ مدرسة : من بين ٣٠ طالباً في حصة العلوم هناك ١٩ طالباً يفضلون موضوعات الكيمياء، و ١٥ طالباً يفضلون موضوعات الفيزياء، و ٧ طلاب يفضلون كليهما. ما عدد الطلاب الذين يفضلون الكيمياء ولا يفضلون الفيزياء؟

افهم:

المعطيات:

- (١) ٣٠ طالباً في حصة العلوم
- (٢) ١٩ طالب يفضلون الكيمياء
- (٣) ١٥ طالب يفضلون الفيزياء
- (٤) ٧ طلاب يفضلون كليهما

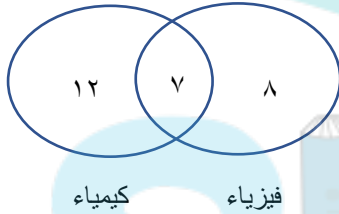
المطلوب: عدد الطلاب الذين يفضلون الكيمياء ولا يفضلون الفيزياء

خطط:

نستخدم مخطط كالفن للحل (لمعرفة الذين يفضلون الكيمياء ولا يفضلون الفيزياء نطرح عدد الطلاب الذين يفضلون كلا المادتين من عدد الطلاب الذين يفضلون الكيمياء).

حل:

الذين يفضلون الكيمياء ولا يفضلون الفيزياء = $19 - 7 = 12$ طالب



تحقق

الناتج يتوافق مع المعطيات فالحل منطقي

١١ قياس : يستغرق قص قطعة من الخشب إلى خمس قطع متساوية ٢٠ دقيقة. ما الزمن اللازم لقص قطعة أخرى مشابهة إلى ٣ قطع متساوية؟

افهم:

المعطيات: يستغرق قص قطعة الخشب إلى خمس قطع متساوي ٢٠ دقيقة

المطلوب: الزمن اللازم لقص قطع أخرى مشابهة

خطط:

نكتب تناسباً ونحله لمعرفة الحل حيث س يمثل الزمن اللازم لقص قطعة الخشب المشابهة.

حل:

$$\frac{\text{عدد القطع}}{\text{الزمن}} \leftarrow \frac{5}{20} = \frac{3}{\text{س}} \leftarrow \text{س} = \frac{3 \times 20}{5} = 12 \text{ دقيقة}$$

تحقق

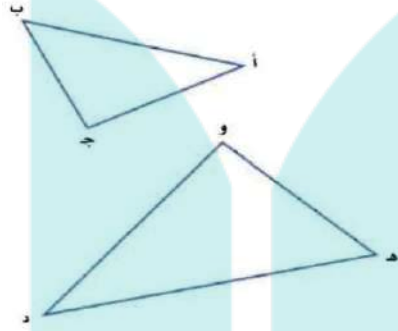
بحساب الوقت اللازم للقص مرة واحدة ($20 \div 5 = 4$ دقيقة) ثم ضرب الناتج بـ 3 لمعرفة الزمن اللازم لقص 3 قطع ($4 \times 3 = 12$ دقيقة) نحصل على نفس الناتج فالإجابة صحيحة

تشابه المضلعات

٦ - ٣

نشاط

نفذ الخطوات الآتية لاكتشاف العلاقة بين المثلثات:



الخطوة ١: انسخ كلا المثلثين

على ورق شفاف.

الخطوة ٢: قس أطوال أضلاع

كل مثلث وسجلها.

الخطوة ٣: قص كلا المثلثين.

١: قارن بين زوايا المثلثين بالمقابلة.

وعين أزواج الزوايا التي لها القياس نفسه.

٢: عبّر عن النسب الآتية: $\frac{أب}{ده}$ ، $\frac{بج}{هو}$ ، $\frac{جأ}{ود}$

في صورة كسور عشرية إلى أقرب جزء من عشرة.

٣: ماذا تلاحظ على النسب بين الأضلاع المتناظرة في المثلثين؟

(١) في المثلثين كل زاويتين متقابلتين متساويتين: $أ = د$ ، $و = ج$ ، $ب = ب$

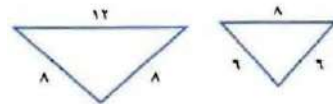
(٢) $\frac{أب}{ده} = ٠,٧$ ، $\frac{بج}{هو} = ٠,٧$ ، $\frac{جأ}{ود} = ٠,٧$

(٣) النسب متساوية

تحقق من فهمك

حدّد ما إذا كان كل مضلعين مما يأتي متشابهين أم لا. وضح إجابتك.

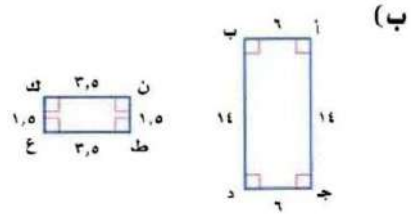
(i)



نختبر هل الأضلاع المتقابلة متناسبة أم لا:

$\frac{3}{6} = \frac{4}{8}$ ، $\frac{4}{8} = \frac{8}{12}$ ، $\frac{4}{8} = \frac{8}{12}$ ← بما أن النسبتين $\frac{4}{8}$ و $\frac{3}{6}$ غير متكافئتين فالمثلثان ليسا متشابهين.





بما أن الشكلين مستطيلان فجميع زواياهما قائمة وبالتالي الزوايا المتقابلة متساوية.
نختبر هل الأضلاع المتقابلة متناسبة أم لا:

$$\frac{أب}{نط} = \frac{6}{1,5} = 4, \quad \frac{بج}{طع} = \frac{14}{3,5} = 4, \quad \frac{جأ}{كن} = \frac{14}{3,5} = 4$$

بما أن أبسط صورة لجميع النسب متساوية فالمستطيلان متشابهان.

اختر طريقتك

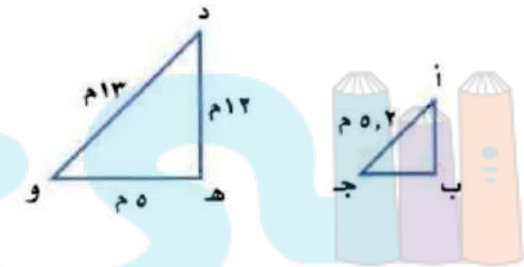
أوجد القياسات الناقصة في المثال (٢) أعلاه:
(ج) ف ش

$$ف ش = \text{عامل المقياس} \times أ د = 3 \times 13 = 39,5$$

(د) أب

$$\frac{رف}{أب} = \frac{وش}{ج د} \leftarrow \frac{رف}{أب} = \frac{24}{10} = 2,4 \leftarrow 10 \times 2,4 = 24 \leftarrow أب = 24$$

تحقق من فهمك:



(هـ) إذا كان $\triangle أ ب ج$ $\triangle د ه و$ ،
فما محيط $\triangle أ ب ج$ ؟

$$\frac{13}{5,2} = \text{عامل المقياس}$$

$$\text{محيط د ه و} = 5 + 13 + 12 = 30 \text{ م}$$

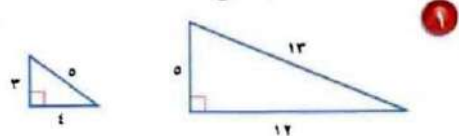
$$\frac{د ه و}{أ ب ج} = \frac{30}{5,2} \leftarrow \frac{13}{5,2} = \frac{30}{أ ب ج} \leftarrow أب ج = \frac{30 \times 5,2}{13} = 12 \text{ م}$$

إذن محيط المثلث $أ ب ج = 12$ متر

تأكد

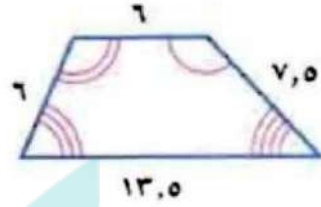
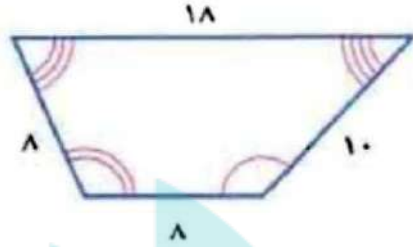
المثال ١

حدّد ما إذا كان كل زوج من أزواج المضلعات الآتية متشابهًا، ووضّح إجابتك.



نختبر هل الأضلاع المتقابلة متناسبة أم لا:

$$\frac{5}{3}, \frac{12}{4}, \frac{13}{5} \leftarrow \text{بما أن أبسط صورة للنسب الثلاثة غير متكافئة فالمثلثان غير متشابهين.}$$

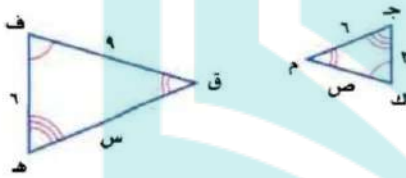


الزوايا المتقابلة متساوية حسب الشكل

نختبر هل الأضلاع المتقابلة متناسبة أم لا:

$$\frac{4}{3} = \frac{8}{6}, \frac{4}{3} = \frac{8}{6}, \frac{4}{3} = \frac{10}{7.5}, \frac{4}{3} = \frac{18}{13.5} \leftarrow \text{بما أن أبسط صورة للنسب السابقة متكافئة فالشكلان متشابهان.}$$

المثال ٢



في الشكل المجاور،

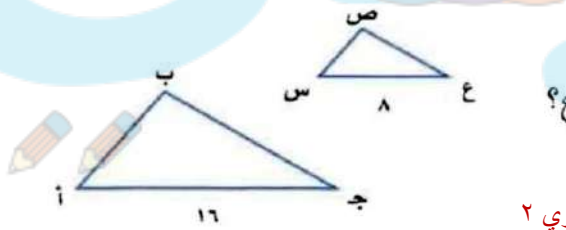
$\triangle ف ق هـ$ و $\triangle ك م ج$ ، اكتب تناسبًا وحله لإيجاد القياسات الناقصة.

بما أن المثلثين متشابهين:

$$\frac{ق هـ}{ج م} = \frac{ف هـ}{ج ك} \leftarrow \frac{6}{3} = \frac{س}{6} \leftarrow 3 = س \leftarrow 36 = س \leftarrow 12 = س$$

$$\frac{ق ف}{ك م} = \frac{ف هـ}{ج ك} \leftarrow \frac{9}{3} = \frac{6}{ص} \leftarrow 6 = 2ص \leftarrow 3 = ص \leftarrow 4.5 = ص$$

المثال ٣



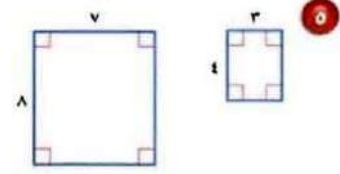
٤ إذا كان $\triangle أ ب ج$ و $\triangle س ص ع$ ، ومحيط $\triangle أ ب ج$ يساوي ٤٠ وحدة. فما محيط $\triangle س ص ع$ ؟

عامل المقياس = $\frac{16}{8} = 2$ أي يجب أن يكون نسبة المحيطين تساوي ٢

$$\frac{\text{محيط } \triangle أ ب ج}{\text{محيط } \triangle س ص ع} = \frac{16}{8} \leftarrow \frac{40}{\text{محيط } \triangle س ص ع} = \frac{16}{8} \leftarrow \text{محيط } \triangle س ص ع = \frac{8 \times 40}{16} = 20 \text{ وحدة}$$

تدريب وحل المسائل

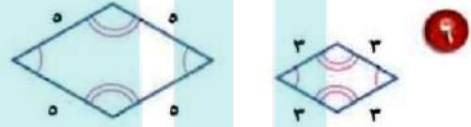
حدّد ما إذا كان كل زوج من الأزواج المضلعات الآتية متشابهًا، ووضّح إجابتك.



بما أن الشكلين مستطيلان فجميع زواياهما قائمة وبالتالي الزوايا المتقابلة متساوية.

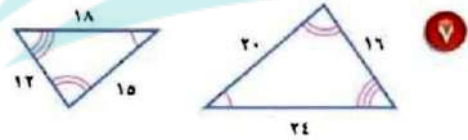
نختبر هل الأضلاع المتقابلة متناسبة أم لا:

$$\frac{8}{4} = \frac{8}{4} = 2, \frac{8}{4} = 2 \leftarrow \text{بما أن أبسط صورة للنسبتين السابقتين غير متكافئة فالمستطيلان غير متشابهين.}$$



الزوايا المتقابلة متساوية بحسب الشكل المرسوم

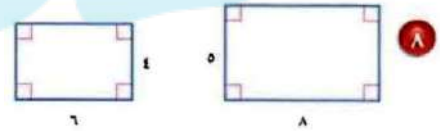
كل مضلع من المضلعين متساوي الأضلاع \leftarrow نسب الأضلاع متساوية وتساوي $\frac{5}{3} \leftarrow$ فالشكلان متشابهان



الزوايا المتقابلة متساوية بحسب الشكل المرسوم

نختبر هل الأضلاع المتقابلة متناسبة أم لا:

$$\frac{12}{20} = \frac{15}{24} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5} \leftarrow \text{بما أن أبسط صورة للنسب السابقة متكافئة فالمثلثان متشابهان}$$



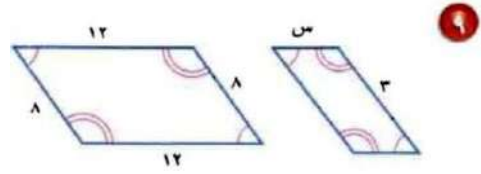
بما أن الشكلين مستطيلان فجميع زواياهما قائمة وبالتالي الزوايا المتقابلة متساوية.

نختبر هل الأضلاع المتقابلة متناسبة أم لا:

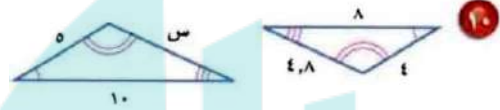
$$\frac{6}{8} = \frac{4}{5} = \frac{3}{4}, \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \leftarrow \text{بما أن أبسط صورة للنسبتين السابقتين غير متكافئة فالمستطيلان غير متشابهين}$$



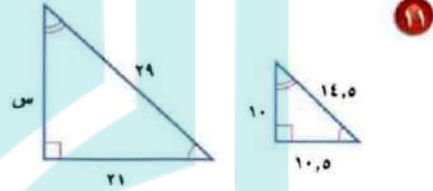
إذا كان كل زوج من المضلعات الآتية متشابهًا، فاكتب تناسبًا وحله لإيجاد القياس الناقص.



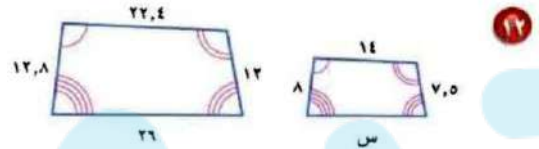
$$2 = \frac{3 \times 8}{12} = \text{س} \leftarrow \frac{12}{3} = \frac{8}{\text{س}}$$



$$6 = \frac{10 \times 4,8}{8} = \text{س} \leftarrow \frac{8}{10} = \frac{4,8}{\text{س}}$$



$$20 = \frac{29 \times 10}{14,5} = \text{س} \leftarrow \frac{14,5}{29} = \frac{10}{\text{س}}$$



$$16,25 = \frac{7,5 \times 26}{12} = \text{س} \leftarrow \frac{12}{7,5} = \frac{26}{\text{س}}$$

١٣ قياس: إذا كان محيط المربع أ يساوي ٢٨ وحدة، ومحيط المربع ب يساوي ٤٢

وحدة، فما عامل القياس بين المربعين؟

$$\text{عامل المقياس} = \frac{42}{28} = \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \text{ أي أن محيط المثلث ب يعادل } \frac{3}{2} \text{ من المثلث أ}$$

١٤ علم الحياة: إذا كان عامل المقياس من نموذج

الأذن الداخلية للإنسان إلى الأذن الحقيقية

يساوي ٥٥:٢، وكان طول إحدى العظام في النموذج

٢٥، ٨سم، فما طول العظمة المقابلة لها في أذن الإنسان؟

نكتب تناسب ونحله بحيث ط يمثل طول العظمة في أذن الإنسان



$$\frac{\text{النموذج}}{\text{الأذن الداخلية}} = \frac{8,25}{2} = \frac{50}{\text{ط}} \leftarrow \text{ط} = \frac{8,25 \times 2}{50} = 0,3 \text{ سم}$$

أي إذا كان طول العظمة في النموذج 8,25 فإن طولها في الأذن الحقيقية 0,3 سم

مسائل
مهارات التفكير العليا

15 **تحذّر!** افترض أن مستطيلين متشابهان بعامل مقياس مقداره 2، فما النسبة بين مساحتهما؟ وضح إجابتك.

$$\text{عامل المقياس} = \frac{\text{طول المثلث الأول}}{\text{طول المثلث الثاني}} = \frac{\text{عرض المثلث الأول}}{\text{عرض المثلث الثاني}}$$

$$\frac{\text{مساحة المثلث الأول}}{\text{مساحة المثلث الثاني}} = \frac{\text{طول المثلث الأول} \times \text{عرض المثلث الأول}}{\text{طول المثلث الثاني} \times \text{عرض المثلث الثاني}} = \frac{\text{عرض المثلث الأول}}{\text{عرض المثلث الثاني}} \times \frac{\text{طول المثلث الأول}}{\text{طول المثلث الثاني}}$$

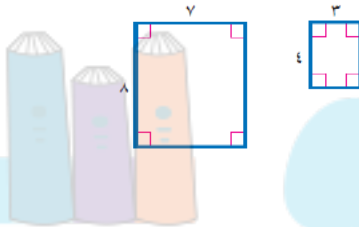
$$\leftarrow \frac{\text{مساحة المثلث الأول}}{\text{مساحة المثلث الثاني}} = \text{عامل المقياس} \times \text{عامل المقياس} = (\text{عامل المقياس})^2 = 2^2 = 4$$

نسبة مساحتي مستطيلين متشابهين يعادل مربع عامل المقياس.

الكتب حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أم أحياناً أم غير صحيحة أبداً. ووضح إجابتك.

16 كل مستطيلين متشابهان.

صحيحة أحياناً ففي المثال التالي نجد أن الزوايا متساوية ولكن نسب الأضلاع المتقابلة غير متساوية وبالتالي ليسا متشابهين

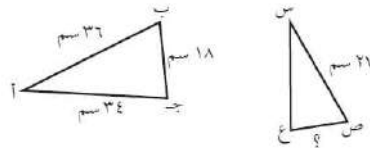


$$\frac{7}{3} \neq \frac{4}{4}$$

17 كل مربعين متشابهان.

صحيحة دائماً وذلك لأن جميع الزوايا المتقابلة متساوية لأنها قائمة ونسب جميع الأضلاع المتقابلة متساوية لأن أضلاع المربع متساوية الطول فنسبة أي ضلع على مقابله ستكون مساوية لنسب أي ضلع آخر مع مقابله

18 إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ فما طول DE ؟

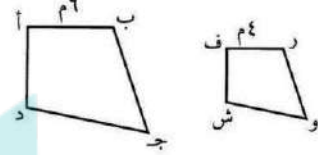


- (ج) 24 سم
(د) 5,25 سم

- (أ) $13\frac{1}{2}$ سم
(ب) $22\frac{2}{3}$ سم

$$\text{ص ع} = \frac{18}{27} = \frac{36}{81} \leftarrow \text{ص ع} = \frac{27 \times 18}{36} = 13,5 \leftarrow \text{الإجابة الصحيحة: أ}$$

١٨ إذا كان المضلع أ ب ج د يشابه المضلع ف ر و ش، وكان محيط المضلع أ ب ج د يساوي ٥٤ م، فما محيط المضلع ف ر و ش؟



ج) ٢٧ م

د) ٣٦ م

أ) ١٣,٥ م

ب) ٢٤ م

$$\text{رف و ش} = \frac{54}{6} = 9 \leftarrow \text{محيط ر ف و ش} = \frac{4 \times 54}{6} = 36 \leftarrow \text{الإجابة الصحيحة: د}$$

مراجعة تراكمية

١٩ تسلق جبال: يهوى أحمد تسلق الجبال، ولكي يصل إلى قمة الجبل يتبقى له ٣٠ قدماً، إذا كان يصعد ٦ أقدام في كل ٥ دقائق، ولكنه يتعثّر فينزل قدماً واحدة، ويستغرق دقيقة واحدة لاستعادة توازنه واستئناف الصعود، فكم دقيقة يستغرق أحمد حتى يبلغ قمة الجبل؟ (استعمل استراتيجية الرسم) (الدرس ٣-٥)

افهم:

المعطيات:

- ١) تبقى لأحمد ليصل إلى القمة ٣٠ قدماً
- ٢) يصعد ٦ أقدام كل ٥ دقائق
- ٣) يتعثّر قدماً واحدة
- ٤) يحتاج دقيقة لاستعادة توازنه

المطلوب: كم دقيقة يستغرق ليصل إلى القمة

خطط:

نرسم شكلاً بالاعتماد على المعطيات السابقة.

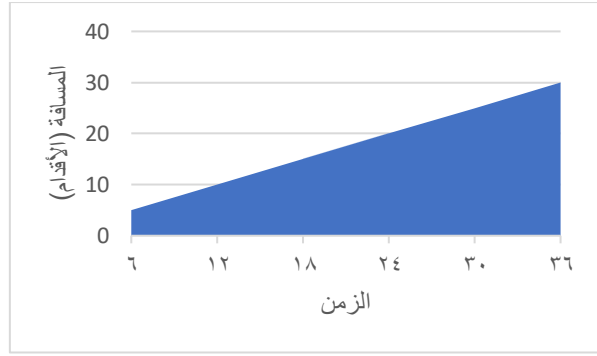
حل:

كل (٥ دقائق + ١ دقيقة لاستعادة التوازن) يقطع (٦ أقدام - ١ قدم تعثر) \leftarrow كل ٦ دقائق يقطع ٥ أقدام

نكتب تناسباً ونحله بفرض س هو الزمن اللازم لقطع ٣٠ قدم المتبقية

$$\frac{\text{عدد الدقائق}}{\text{عدد الأقدام}} = \frac{6}{5} = \frac{س}{30} \leftarrow س = \frac{30 \times 6}{5} = 36 \text{ دقيقة}$$

أي يحتاج إلى ٣٦ دقيقة لقطع ٣٠ قدماً



تحقق

بالرسم نجد أنه يحتاج ٣٦ دقيقة لقطع ٣٠ قدماً فالإجابة صحيحة

حل كل تناسب مما يأتي: (الدرس ٣-٤)

$$\frac{٢٤}{٦٠} = \frac{١٢٠}{ب}$$

$$\frac{ص}{١٢} = \frac{٥}{٤}$$

(٢١)

$$١٥ = \frac{١٢ \times ٥}{٤} = ص$$

(٢٢)

$$٣٥٠ = \frac{٧٠ \times ١٢٠}{٢٤} = ب$$

$$\frac{١,٥}{ن} = \frac{٠,٦}{٥}$$

$$١٢,٥ = \frac{١,٥ \times ٥}{٠,٦} = ن$$

الالتحاد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: مثل كل زوج من الأزواج المرتبة الآتية، ثم احسب المسافة بين كل نقطتين إلى أقرب عشر إذا لزم ذلك: (الدرس ٣-٦)

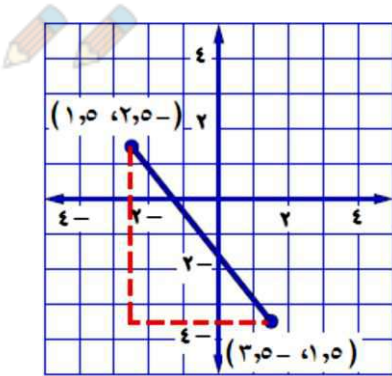
$$(٣,٥ - ١,٥), (١,٥, ٢,٥)$$

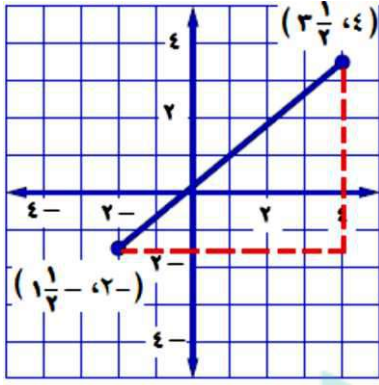
حسب فيثاغورس: مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمتين

$$^2((٢,٥) - ١,٥) + ^2((٣,٥) - ١,٥) = ^2(\text{طول القطعة المستقيمة})$$

$$١٦ + ٢٥ = ^2(\text{طول القطعة المستقيمة})$$

$$٦,٤ = \sqrt{٤١} = \text{طول القطعة المستقيمة}$$





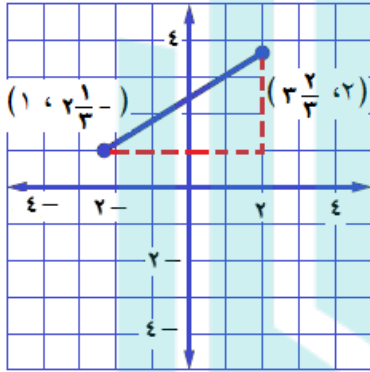
$$(3 \frac{1}{2}, 4), (1 \frac{1}{2}, -2) \quad 25$$

حسب فيثاغورس: مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمتين

$$^2((1, 0) - 3, 0) + ^2((2) - 4) = ^2(\text{طول القطعة المستقيمة})$$

$$20 + 36 = ^2(\text{طول القطعة المستقيمة})$$

$$7,8 = \sqrt{56} = \text{طول القطعة المستقيمة}$$



$$(3 \frac{2}{3}, 2), (1, 2 \frac{1}{3}) \quad 26$$

حسب فيثاغورس: مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمتين

$$^2(1 - \frac{2}{3}) + ^2((\frac{2}{3}) - 2) = ^2(\text{طول القطعة المستقيمة})$$

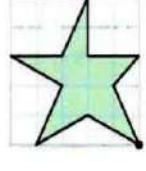
$$\frac{64}{9} + \frac{169}{9} = ^2(\text{طول القطعة المستقيمة})$$

$$5,1 = \frac{233}{9} \sqrt{\quad} = \text{طول القطعة المستقيمة}$$

درواني



نشاط



يبين الشكل المجاور ورقة مربعات مقسمة إلى وحدات طول ضلع كل وحدة منها ٥ سم، وبذلك تكون مساحة كل مربع تساوي (٥ × ٥ × ٥) سم^٢. أعد رسم الشكل على ورقة مربعات باستعمال أبعادها ١ سم × ١ سم، استعمل النقطة أ كنقطة بداية.

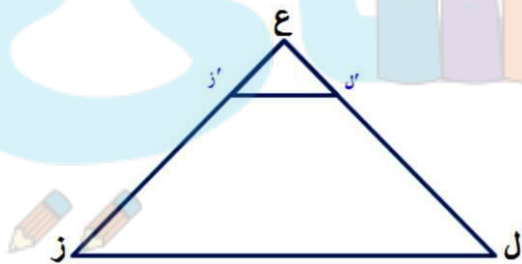
١ قس الأطوال المتناظرة في الشكل الأصلي والشكل الجديد وقارن بينهما. صف العلاقة بين القياسين. كيف ترتبط هذه العلاقة بالتغير في أبعاد ورقة المربعات؟

٢ **خمن** : ما أبعاد ورقة المربعات التي يجب استعمالها لإنشاء نسخة جديدة من الشكل بحيث تكون أبعادها مساوية أربعة أمثال الأبعاد المناظرة لها في الشكل الأصلي؟

- ١) بما أن مربعات ورقة المربعات الجديدة أبعادها مثلي أبعاد مربعات ورقة المربعات الأصلية وبالتالي الأطوال في الشكل الجديد ستكون مثلي أطوال نظيراتها في الشكل الأصلي
٢) يجب أن تكون أبعاد ورقة المربعات أربعة أمثال أبعاد ورقة المربعات الأصلية أي (٥ × ٤ × ٢) ← أبعاد الورقة الجديدة ٢ سم × ٢ سم

تحقق من فهمك

أ) ارسم مثلثاً كبيراً $\triangle ع ل ز$ على ورقة مربعات، ثم ارسم صورة له بعد إجراء تمدد مركزه $ع$ وعامل مقياسه $\frac{1}{4}$.



نرسم من $ع$ نصف مستقيم على طول الضلع $ع ل$ ونعين عليه $ع'$

$$\text{بحيث يكون } ع ل = 4 ع' ل$$

نرسم من $ع$ نصف مستقيم على طول الضلع $ع ز$ ونعين عليه $ع''$

$$\text{بحيث يكون } ع ز = 4 ع'' ز$$

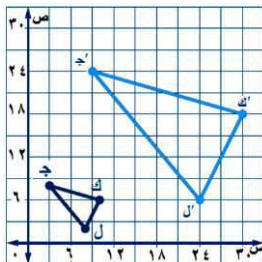
نصل بين $ع'$ ، $ع''$ وبذلك نحصل على المثلث الجديد $\triangle ع' ل' ز'$

أوجد إحداثيات الصورة الممثلة للمثلث $\triangle ج د ك$ بعد إجراء كل تمدد فيما يأتي، ثم مثل كلاً من $\triangle ج د ك$ ، $\triangle ج د ك'$ بيانياً.

ب) تمدد عامل مقياسه = ٣

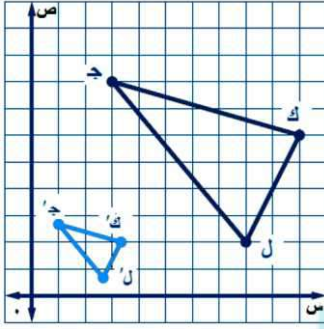
$$\triangle ج (٨، ٣) \leftarrow \triangle ج' (٣ \times ٨، ٣ \times ٣) \leftarrow \triangle ج'' (٢٤، ٩)$$

$$\triangle ك (٦، ١٠) \leftarrow \triangle ك' (٣ \times ٦، ٣ \times ١٠) \leftarrow \triangle ك'' (٢٨، ٣٠)$$



$$ل (٢, ٨) \leftarrow ل (٣ \times ٢, ٣ \times ٨) \leftarrow ل (٦, ٢٤)$$

ج (تمدد عامل مقياسه $\frac{1}{3}$)



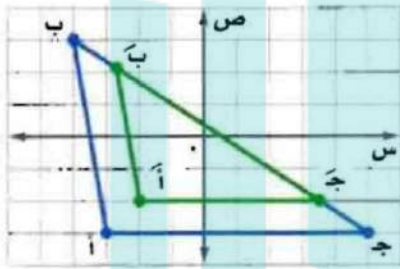
$$ج (٨, ٣) \leftarrow ج (٣ \times ٨, ٣ \times ٣) \leftarrow ج (٢٤, ٩)$$

$$ك (٦, ١٠) \leftarrow ك (٣ \times ٦, ٣ \times ١٠) \leftarrow ك (١٨, ٣٠)$$

$$ل (٢, ٨) \leftarrow ل (٣ \times ٢, ٣ \times ٨) \leftarrow ل (٦, ٢٤)$$

تحقق من فهمك:

د المثلث أ ب ج هو تمدد للمثلث أ ب ج،
أوجد عامل مقياس التمدد، وصفه فيما
إذا كان تكبيرًا أم تصغيرًا.



$$\text{عامل مقياس التمدد} = \frac{\text{الإحداثي السيني للنقطة أ}}{\text{الإحداثي السيني للنقطة أ}} = \frac{2}{1} = 2$$

بما أن عامل المقياس $\frac{2}{1} > 1$ فالتمدد تصغير

هـ (أجهزة حاسوب: ثبت عبد الرحيم صورة شقيقه خلفية لشاشة جهاز الحاسوب، فإذا كان بعدا الصورة الأصلية ٢٠ سم و ٣٠ سم، وكان عامل مقياس الصورة على الجهاز $\frac{5}{4}$ ، فما بعدا الصورة على الجهاز؟

طول الصورة على الجهاز = عامل المقياس \times طول الصورة الأصلية

$$\text{طول الصورة على الجهاز} = 20 \times \frac{5}{4} = 25 \text{ سم}$$

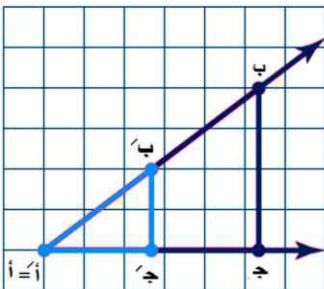
عرض الصورة على الجهاز = عامل المقياس \times عرض الصورة الأصلية

$$\text{عرض الصورة على الجهاز} = 30 \times \frac{5}{4} = 37,5 \text{ سم}$$

بعدا الصورة على الجهاز (٢٥ سم \times ٣٧,٥ سم)

تأكد

المثال ١



انسخ Δ أ ب ج على ورقة مربعات، ثم ارسم صورة تمدده
مستعملًا المعلومات الآتية:

المركز: أ، وعامل المقياس $\frac{1}{3}$.

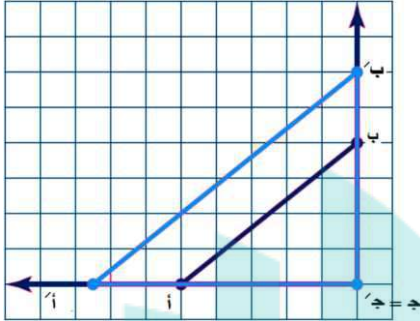
نرسم من أ نصف مستقيم على طول القطعة أ ب ونعين عليه النقطة ب'

بحيث يكون أب = $\frac{1}{4}$ أب = $\frac{1}{4} \times 6,4 = 3,2$ (حسبنا طول أب من فيثاغورس بحيث أج = 5 ، جب = 4)

نرسم من أ نصف مستقيم على طول القطعة أ ج ونعين عليه النقطة ج ب

بحيث يكون أج = $\frac{1}{4}$ أج = $\frac{1}{4} \times 5 = 2,5$

المركز: ج، وعامل المقياس $\frac{3}{4}$.



نرسم من ج نصف مستقيم على طول القطعة ج ب ونعين عليه النقطة ب ب

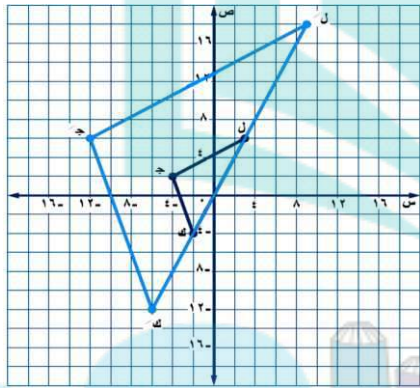
بحيث يكون ج ب = $\frac{3}{4}$ ج ب = $\frac{3}{4} \times 4 = 6$

نرسم من ج نصف مستقيم على طول القطعة ج أ ونعين عليه النقطة أ أ

بحيث يكون ج أ = $\frac{3}{4}$ ج أ = $\frac{3}{4} \times 5 = 7,5$

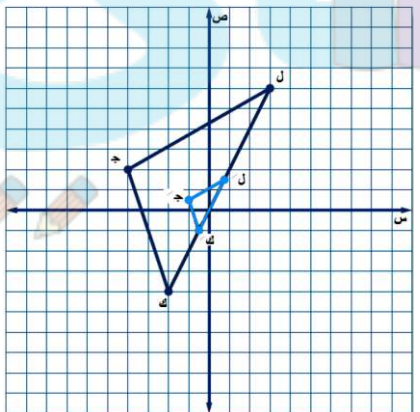
المثال 2

إذا كانت إحداثيات رؤوس Δ ج ك ل هي: ج(-2، 4)، ك(-4، 2)، ل(3، 6). أوجد إحداثيات رؤوس Δ ج ك ل بعد إجراء كل تمدد فيما يأتي، ثم مثل بيانيًا كلًا من Δ ج ك ل، و Δ ج ك ل:



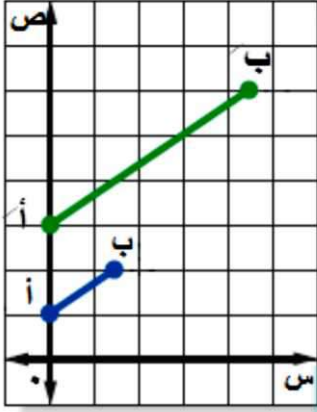
عامل مقياس التمدد = 3

ج (-2، 4) ← ج (-6، 12) ← ج (-3 × 2، 3 × 4)
 ك (-4، 2) ← ك (-12، 6) ← ك (-3 × 4، 3 × 2)
 ل (3، 6) ← ل (9، 18) ← ل (3 × 3، 3 × 6)



عامل مقياس التمدد = $\frac{1}{4}$

ج (-2، 4) ← ج (-1/2، 1) ← ج ($-\frac{1}{4} \times 2$ ، $\frac{1}{4} \times 4$)
 ك (-4، 2) ← ك (-1، 1/2) ← ك ($-\frac{1}{4} \times 4$ ، $\frac{1}{4} \times 2$)
 ل (3، 6) ← ل (3/4، 3/2) ← ل ($\frac{1}{4} \times 3$ ، $\frac{1}{4} \times 6$)



المثال ٣

٥ في الشكل المجاور إذا كان $\overline{أ ب}$ تمددًا لـ $\overline{أ ب}$ ، فأوجد عامل مقياس التمدد، وصنّفه فيما إذا كان تكبيرًا أو تصغيرًا.

$$\text{عامل مقياس التمدد} = \frac{\text{الإحداثي السيني للنقطة أ}}{\text{الإحداثي السيني للنقطة أ}} = \frac{3}{1} = 3$$

بما أن عامل المقياس $= 3 > 1$ فالتمدّد تكبير

المثال ٤

٦ تصميم جرافيك: صمم عبد الرحمن مخططًا لمدرسته بقياسات ١٥ سم في ١٩,٥ سم. إذا رغب عبد الرحمن في تصغير المخطط باستعمال عامل مقياس $\frac{1}{3}$ ، فما أبعاد المخطط الجديد؟

طول المخطط الجديد = عامل المقياس \times طول المخطط القديم

$$\text{طول المخطط الجديد} = \frac{1}{3} \times 19,5 = 6,5 \text{ سم}$$

عرض المخطط الجديد = عامل المقياس \times عرض المخطط القديم

$$\text{عرض المخطط الجديد} = \frac{1}{3} \times 15 = 5 \text{ سم}$$

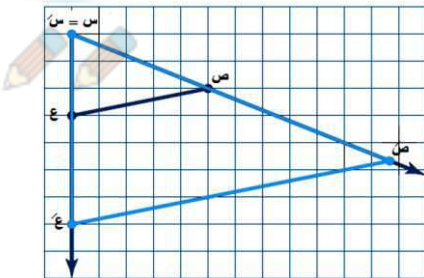
بعدها المخطط الجديد (٥ سم \times ٦,٥ سم)

انسخ كل شكل مما يأتي على ورقة مربعات، ثم ارسم صورة تمدده مستعملًا المعلومات الآتية:

٧ المركز: س، وعامل المقياس $\frac{7}{3}$.

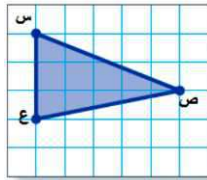
نرسم من س نصف مستقيم على طول القطعة س ص ونعين عليه النقطة ص

بحيث يكون س ص = $\frac{7}{3}$ س ص = $\frac{7}{3} \times 5,4 = 12,6$ (حسبنا طول س ص من فيثاغورس بتشكيل مثلث قائمناه ٥، ٢)



نرسم من س نصف مستقيم على طول القطعة س ع ونعين عليه النقطة ع

$$\text{بحيث يكون س ع} = \frac{7}{3} \text{ س ع} = \frac{7}{3} \times 3 = 7$$



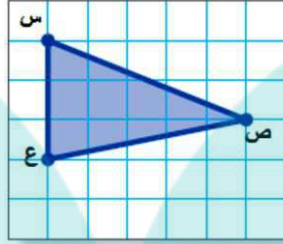
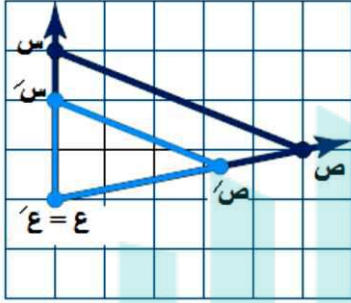
٨ المركز: ع، وعامل المقياس $\frac{2}{3}$.

نرسم من ع نصف مستقيم على طول القطعة ع ص ونعين عليه النقطة ص'

بحيث يكون ع ص' = $\frac{2}{3}$ ع ص = $\frac{2}{3} \times 3,4 = 2,27$ (حسبنا طول ع ص من فيثاغورس بتشكيل مثلث قائم ٥ ، ٤ ، ١)

نرسم من ع نصف مستقيم على طول القطعة ع س ونعين عليه النقطة س'

بحيث يكون ع س' = $\frac{2}{3}$ ع س = $\frac{2}{3} \times 3 = 2$



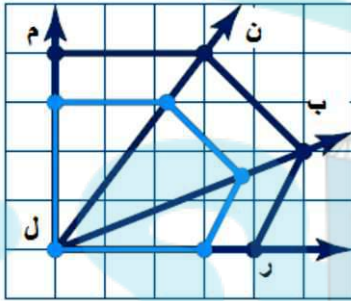
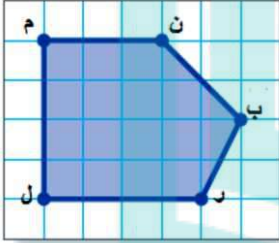
٩ المركز: ل، وعامل المقياس $\frac{3}{4}$.

نرسم من ل نصف مستقيم على طول القطعة ل ر ونعين عليه النقطة ر'

بحيث يكون ل ر' = $\frac{3}{4}$ ل ر = $\frac{3}{4} \times 4 = 3$

نرسم من ل نصف مستقيم على طول القطعة ل م ونعين عليه النقطة م'

بحيث يكون ل م' = $\frac{3}{4}$ ل م = $\frac{3}{4} \times 4 = 3$



نرسم من ل نصف مستقيم ل ب ونعين عليه النقطة ب'

بحيث يكون ل ب' = $\frac{3}{4}$ ل ب = $\frac{3}{4} \times 4,05 = 3,04$

(حسبنا طول ل ب من فيثاغورس بتشكيل مثلث قائم ٥ ، ٢)

نرسم من ل نصف مستقيم ل ن ونعين عليه النقطة ن'

بحيث يكون ل ن' = $\frac{3}{4}$ ل ن = $\frac{3}{4} \times 5 = 3,75$

(حسبنا طول ل ن من فيثاغورس بتشكيل مثلث قائم ٤ ، ٣)

١٠ المركز: ن، وعامل المقياس ٢.

نرسم من ن نصف مستقيم على طول القطعة ن ر ونعين عليه النقطة ر'

بحيث يكون ن ر' = 2 ن ر = $2 \times 4,1 = 8,2$

(حسبنا طول ن ر من فيثاغورس بتشكيل مثلث قائم ٤ ، ١)

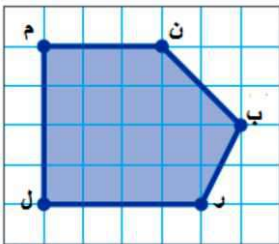
نرسم من ن نصف مستقيم على طول القطعة ن م ونعين عليه النقطة م'

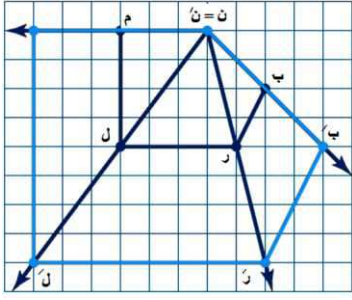
بحيث يكون ن م' = 2 ن م = $2 \times 3 = 6$

نرسم من ن نصف مستقيم ن ب ونعين عليه النقطة ب'

بحيث يكون ن ب' = 2 ن ب = $2 \times 2,8 = 5,6$

(حسبنا طول ن ب من فيثاغورس بتشكيل مثلث قائم ٢ ، ٢)

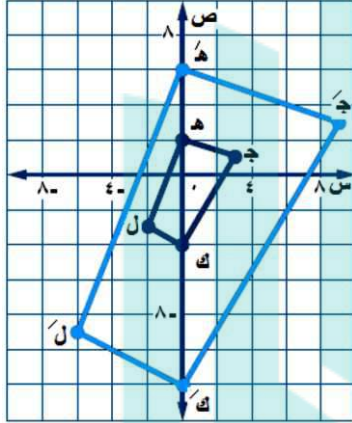




نرسم من ن نصف مستقيم ن ل ونعين عليه النقطة ل
بحيث يكون $ن ل = 2 = 5 \times 2 = 10$

(حسبنا طول ل ن من فيثاغورس بتشكيل مثلث قائم 3 ، 4 ، 5)

أوجد إحداثيات رؤوس المضلع هـ جـ كـ ل الناتج عن تمديد المضلع هـ جـ كـ ل باستعمال كل عامل مقياس فيما يأتي، ثم مثل بيانياً المضلعين هـ جـ كـ ل، هـ جـ كـ ل .



1 هـ (2,0)، جـ (1,3)، كـ (-1,0)، ل (-3,-2)، وعامل المقياس = 3.

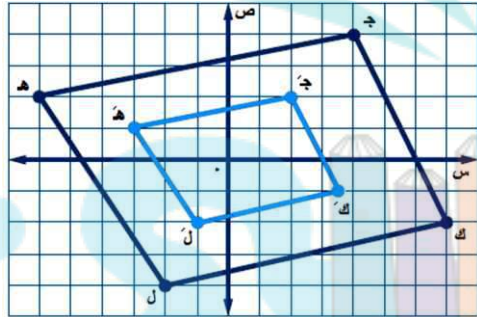
$$هـ (2,0) \leftarrow هـ (3 \times 2, 3 \times 0) \leftarrow هـ (6,0)$$

$$جـ (1,3) \leftarrow جـ (3 \times 1, 3 \times 3) \leftarrow جـ (3,9)$$

$$كـ (-1,0) \leftarrow كـ (3 \times -1, 3 \times 0) \leftarrow كـ (-3,0)$$

$$ل (-3,-2) \leftarrow ل (3 \times -3, 3 \times -2) \leftarrow ل (-9,-6)$$

2 هـ (2,6)، جـ (4,4)، كـ (2,-7)، ل (-2,-4)، وعامل المقياس = 1/4.



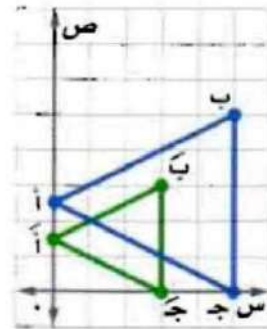
$$هـ (2,6) \leftarrow هـ (\frac{1}{4} \times 2, \frac{1}{4} \times 6) \leftarrow هـ (\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$$

$$جـ (4,4) \leftarrow جـ (\frac{1}{4} \times 4, \frac{1}{4} \times 4) \leftarrow جـ (1,1)$$

$$كـ (2,-7) \leftarrow كـ (\frac{1}{4} \times 2, \frac{1}{4} \times -7) \leftarrow كـ (\frac{1}{2}, -\frac{7}{4})$$

$$ل (-2,-4) \leftarrow ل (\frac{1}{4} \times -2, \frac{1}{4} \times -4) \leftarrow ل (-\frac{1}{2}, -1)$$

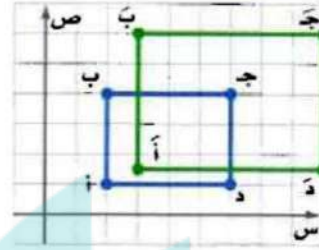
إذا علمت أن أحد المضلعين في كل رسم مما يأتي هو تمديد للمضلع الآخر، فأوجد عامل مقياس كل تمديد، وصنفه فيما إذا كان تكبيراً أو تصغيراً.



13

$$\frac{3}{5} = \frac{\text{الإحداثي السيني للنقطة جـ}}{\text{الإحداثي السيني للنقطة جـ}} = \text{عامل مقياس التمدد}$$

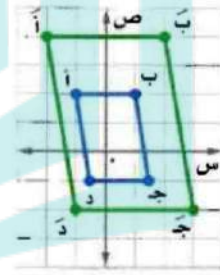
بما أن عامل المقياس $\frac{3}{5} < 1$ فالتمدد تصغير



١٤

$$\frac{3}{2} = \frac{9}{6} = \frac{\text{الإحداثي السيني للنقطة جـ}}{\text{الإحداثي السيني للنقطة جـ}} = \text{عامل مقياس التمدد}$$

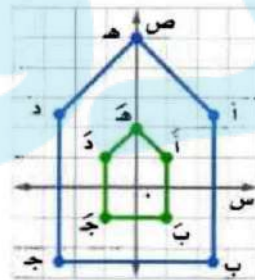
بما أن عامل المقياس $\frac{3}{2} > 1$ فالتمدد تكبير



١٥

$$\frac{2}{1} = \frac{2}{1} = \frac{\text{الإحداثي السيني للنقطة ب}}{\text{الإحداثي السيني للنقطة ب}} = \text{عامل مقياس التمدد}$$

بما أن عامل المقياس $\frac{2}{1} > 1$ فالتمدد تكبير



١٦

$$\frac{2}{5} = \frac{\text{الإحداثي الصادي للنقطة هـ}}{\text{الإحداثي الصادي للنقطة هـ}} = \text{عامل مقياس التمدد}$$

بما أن عامل المقياس $\frac{2}{5} < 1$ فالتمدد تصغير

١٧ **تصميم:** لوضع صورة في مجلة، يقوم المصمم بتصغير الصورة وفق عامل مقياس $\frac{3}{10}$ ، فما أبعاد صورة وضعها المصمم إذا كان طولها الأصلي ١٥ سم، وعرضها الأصلي ١٠ سم؟

طول الصورة المصغرة = عامل المقياس × طول الصورة الأصلية

$$\text{طول الصورة المصغرة} = 10 \times \frac{3}{10} = 3 \text{ سم}$$

عرض الصورة المصغرة = عامل المقياس × عرض الصورة الأصلية

$$\text{عرض الصورة المصغرة} = 10 \times \frac{3}{10} = 3 \text{ سم}$$

بعدها الصورة على الجهاز (٣ سم × ٣ سم)

١٨ **جهاز العرض:** يستعمل جهاز العرض في عرض الصور المرسومة على شفافيات على شاشة، بحيث تكون مكبرة وفق عامل مقياس يساوي ٥، ٣. إذا كان طول الصورة الأصلية ٤ سم، وعرضها ٣ سم، فما بعدها الصورة المعروضة على الشاشة؟

طول الصورة على الشاشة = عامل المقياس × طول الصورة الأصلية

$$\text{طول الصورة على الشاشة} = 4 \times 3,5 = 14 \text{ سم}$$

عرض الصورة على الشاشة = عامل المقياس × عرض الصورة الأصلية

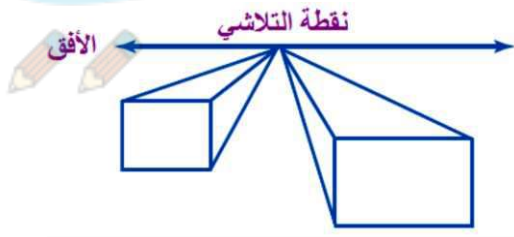
$$\text{عرض الصورة على الجهاز} = 3 \times 3,5 = 10,5 \text{ سم}$$

بعدها الصورة على الجهاز (١٤ سم × ١٠,٥ سم)

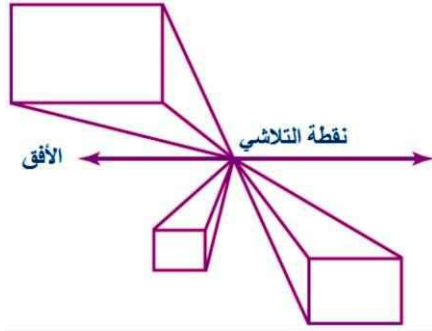
رسم: للسؤالين ١٨، ١٩ استعمل المعلومات الآتية:

يستعمل الرسامون التمديد في إنشاء مسافات أو أعماق وهمية. فمثلاً عندما تقف على الرصيف وتنظر إلى نهاية الشارع فإن جانبي الشارع المتوازيين يظهران كأنهما يتقاربان تدريجياً حتى يلتقيا في نقطة تسمى نقطة التلاشي.

١٨ **أي الشكلين في الرسم يبدو أقرب؟ وضح إجابتك.**



الشكل الأيمن هو الأقرب حيث يبدو المستطيل فيه أكبر والخطوط التي تصل بين المستطيل ونقطة التلاشي أطول من نظيراتها في الشكل الأيسر.



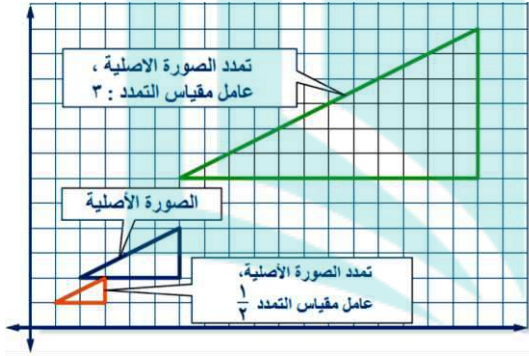
١٩ ارسم شكلاً مشابهاً للشكل المجاور. قس طول المستطيل الأكبر، ثم ارسم شكلاً آخر مشابهاً له، بحيث تكون قياساته تساوي $\frac{7}{5}$ الشكل الأصلي.

نبدأ من نقطة التلاشي ونرسم خطوط الشكل الجديد بحيث يكون كل خط يعادل $\frac{7}{5}$ طول نظيره في الشكل الأصلي

ثم من نهايات الخطوط نرسم المستطيل بحيث تكون أبعاده $\times \frac{7}{5}$ أبعاد نظيره في الشكل الأصلي

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٠ مسألة مفتوحة : مثل بياناً مثلثاً وصورة له بعد إجراء تمدد عامل مقياسه أكبر من (١)، ثم مثل الصورة بياناً بعد إجراء تمدد عامل مقياسه أصغر من (١). توقع قيمة عامل المقياس للتمدد من الشكل الأصلي إلى الشكل الأخير. وضح السبب، ثم تحقق من صحة توقعك.



نختار النقطة أ (٢ ، ٢) من الشكل الأصلي.

والنقطة أ (١ ، ١) من الشكل الأخير (الأصغر)

$$\text{عامل مقياس التمدد} = \frac{\text{الإحداثي السيني للنقطة أ}}{\text{الإحداثي السيني للنقطة أ}} = \frac{1}{2}$$

أي أن أبعاد الشكل الأخير وإحداثياته تعادل $\frac{1}{2}$ مقابلاتها من

الشكل الأصلي.

يمكننا التحقق بأخذ نقاط أخرى مثل النقطتان المتناظرتان: ب (٦ ، ٤) من الشكل الأصلي ، ب (٣ ، ٢) من الشكل الأخير (الأصغر)

$$\text{عامل مقياس التمدد} = \frac{\text{الإحداثي السيني للنقطة ب}}{\text{الإحداثي السيني للنقطة ب}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \leftarrow \text{التوقع صحيح.}$$

٢١ تحذّر: صف الصورة الناتجة عن تمدد شكل ما بعامل مقياس قيمته (-٢).

إذا كان الشكل في الربع الأول من محور الإحداثيات \leftarrow الإحداثي السيني والصادي موجبان \leftarrow بعد الضرب بعامل المقياس -٢ \leftarrow سيصب الإحداثي السيني والصادي سالبان وأكبر قيمة \leftarrow الصورة الناتجة تقع في الربع الثالث

\leftarrow الصور الناتجة مثلي حجم الصورة الأصلية وناتجة عن دوران الصورة الأصلية حول مركز الإحداثيات ١٨٠°

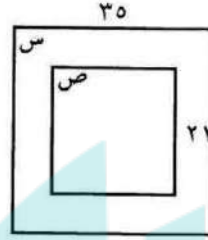
٢٢ **الكتب** قاعدة عامة لإيجاد الإحداثيات الجديدة للزوج المرتب (س، ص) بعد

إجراء تمدد عامل مقياسه يساوي ك.

$$\text{عامل مقياس التمدد} = \frac{\text{الإحداثي السيني للنقطة الجديدة}}{\text{الإحداثي السيني للنقطة الأصلية}} = \frac{\text{الإحداثي الصادي للنقطة الجديدة}}{\text{الإحداثي الصادي للنقطة الأصلية}}$$

ك = $\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$ ← سن = ك × س ، ص = ك × ص ← الإحداثيات الجديدة (ك × س ، ك ، ص)

٢٤ في الشكل أدناه، إذا كان المربع س يشابه المربع ص:



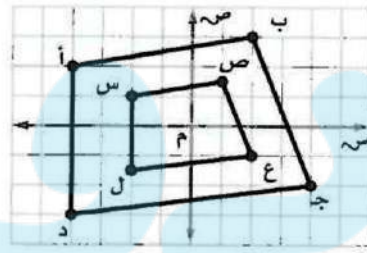
فأوجد عامل المقياس المستعمل لتمدد المربع س إلى المربع ص.

(ج) $\frac{5}{3}$
(د) ٧

(أ) $\frac{1}{7}$
(ب) $\frac{3}{5}$

عامل مقياس التمدد = $\frac{\text{طول ضلع المربع الجديد}}{\text{طول ضلع المربع الأصلي}} = \frac{ص}{س} = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$ ← الإجابة الصحيحة هي (ب)

٢٥ يمثل الشكل الرباعي أ ب ج د تمديدًا للشكل الرباعي س ص ع ل:



أيّ الأعداد التالية يمثل أفضل عامل مقياس تمدد استعمل لتحويل الشكل الرباعي أ ب ج د إلى الشكل الرباعي س ص ع ل؟

(ج) ٢

(أ) $\frac{1}{2}$

(د) ٣

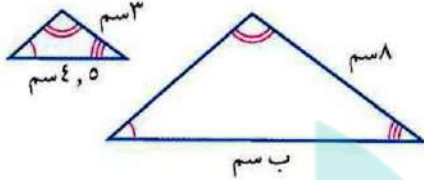
(ب) $\frac{1}{3}$

عامل مقياس التمدد = $\frac{\text{الإحداثي السيني للنقطة ع}}{\text{الإحداثي السيني للنقطة ج}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ← الإجابة الصحيحة هي (أ)

مراجعة تراكمية

٢٦ المثلثان في الشكل المجاور متشابهان. اكتب تناسبًا

وَحُلَّهُ لإيجاد القياس الناقص؟ (الدرس ٣-٦)



$$\frac{ب}{٤,٥} = \frac{٨}{٣} \leftarrow ب = \frac{٨ \times ٤,٥}{٣} = ١٢$$

٢٧ هندسة: مستطيل طوله ١٢ م، وعرضه ٧ م. ما طول قطره مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة؟

قطر المستطيل هو وتر مثلث قائم ضلعاه القائمتان هما طول المستطيل وعرضه ← الحل حسب فيثاغورس:

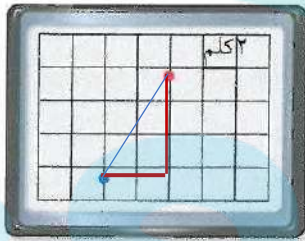
$$\text{الوتر}^2 = \text{الطول}^2 + \text{العرض}^2 = ١٤٤ + ٤٩ = ١٩٣$$

$$\text{الوتر} = \sqrt{١٩٣} = ١٣,٩$$

طول قطر المستطيل = طول الوتر = ١٣,٩ م

٢٨ تكنولوجيا: تستعمل شهد جهاز GPS (نظام تحديد المواقع العالمي)؛

لتحديد المسافة المتبقية للوصول إلى المجمع التجاري. إذا كان موقعها الحالي على شاشة الجهاز المجاورة عند النقطة الحمراء، والمجمع التجاري عند النقطة الزرقاء، فكم المسافة المتبقية حتى تصل شهد إلى المجمع التجاري؟ (الدرس ٢-٦)



تشكل مثلث قائم وتره هو الخط الواصل بين مكان شهد والمجمع التجاري

حسب فيثاغورس:

الوتر^٢ = مجموع مربعي الضلعين القائمتين

$$\text{الوتر}^2 \approx ٣^2 + ٤^2 = ٩ + ١٦ = ٢٥ \leftarrow \text{الوتر} \approx \sqrt{٢٥} \approx ٥,٠$$

كل واحدة على الشاشة تعادل ٢ كلم على الواقع ← المسافة المتبقية = ٢ × ٥,٠ = ١٠ كلم

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: اكتب تناسبًا وحله بإيجاد قيمة س في كل مما يأتي: (الدرس ٣-٤)

٢٩ ٣ سم إلى ٥ أقدام مثل س سم إلى ٩ أقدام.

$$\frac{٣}{٩} = \frac{س}{٥} \leftarrow س = \frac{٣ \times ٥}{٩} = ١,٦٦٦ \text{ سم}$$

٣٠ ٤ بوصات إلى ٥ أميال مثل ٥ بوصات إلى س ميلًا.

$$\frac{٤}{٥} = \frac{س}{٥} \leftarrow س = \frac{٤ \times ٥}{٥} = ٤ \text{ ميل}$$

نشاط

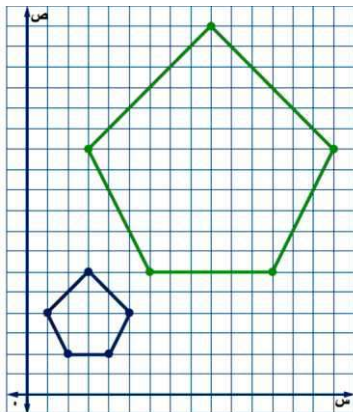
رسمت هدى شكلاً خماسياً على ورقة مربعات، وكانت إحداثيات رؤوسه كما يأتي: (٢،٢)، (٢،٤)، (٤،٥)، (٦،٣)، (٤،١). وأرادت تكبير الشكل من خلال ضرب كل إحداثي في ٣، فقامت بإدخال الإحداثيات في برنامج للجداول الإلكترونية كما في الشكل الآتي. جهّز شاشة البرنامج كما في الشكل أدناه:

تمدد الخماسي				
	D	C	B	A
1		التمدد		الأصلية
2	الإحداثي الصادي	الإحداثي السيني	الإحداثي الصادي	الإحداثي السيني
3	= B3*3	= A3*3	2	2
4	= B4*3	= A4*3	2	4
5	= B5*3	= A5*3	4	5
6	= B6*3	= A6*3	6	3
7	= B7*3	= A7*3	4	1

أدخل الصيغ المشار إليها في العمودين C ، D لإكمال إجراءات التمدد.

1 كيف تستعمل الصيغة الواردة في العمودين C ، D لتغيير المضلع الخماسي الأصلي؟ وضح إجابتك.

أستعملها بالتعويض عن قيمة A و B حيث تعبر هذه الصيغة الواردة في العمودين C ، D عن تمديد المضلع الخماسي بضرب كل من الإحداثي السيني والصادي لنقاطه بعامل المقياس (٣).



2 مثل بيانياً المضلع الخماسي الأصلي وتمده على ورقة مربعات.

إحداثيات الخماسي الجديد:

(٦،٦)، (٦،١٢)، (١٢،١٥)، (١٨،٩)، (١٢،٣)

٢ ما النسبة المئوية لمقدار الزيادة في الشكل الناتج عن التمدد مقارنةً بالشكل الأصلي؟

عامل مقياس التمدد = $\frac{3}{1} = \frac{300}{100}$ ← س = 300 ← النسبة المئوية لمقدار الزيادة هو 300%

١ أوجد إحداثيات رؤوس المضلع الخماسي بعد تكبيره خمس مرات.

الإحداثيات بعد التكبير ٥ مرات هي:

$$(2, 2) \leftarrow (5 \times 2, 5 \times 2) \leftarrow (10, 10).$$

$$(2, 4) \leftarrow (5 \times 2, 5 \times 4) \leftarrow (10, 20).$$

$$(4, 5) \leftarrow (5 \times 4, 5 \times 5) \leftarrow (20, 25).$$

$$(6, 3) \leftarrow (5 \times 6, 5 \times 3) \leftarrow (30, 15).$$

$$(4, 1) \leftarrow (5 \times 4, 5 \times 1) \leftarrow (20, 5).$$

٢ أوجد إحداثيات رؤوس المضلع الخماسي بعد تصغيره نصف مرة.

الإحداثيات بعد التصغير $\frac{1}{4}$ مرة.

$$(2, 2) \leftarrow (\frac{1}{4} \times 2, \frac{1}{4} \times 2) \leftarrow (1, 1).$$

$$(2, 4) \leftarrow (\frac{1}{4} \times 2, \frac{1}{4} \times 4) \leftarrow (1, 2).$$

$$(4, 5) \leftarrow (\frac{1}{4} \times 4, \frac{1}{4} \times 5) \leftarrow (2, 2, 5).$$

$$(6, 3) \leftarrow (\frac{1}{4} \times 6, \frac{1}{4} \times 3) \leftarrow (3, 1, 5).$$

$$(4, 1) \leftarrow (\frac{1}{4} \times 4, \frac{1}{4} \times 1) \leftarrow (2, \frac{1}{4}).$$

١ **خمن** ما نوع التمدد إذا كانت إحداثيات رؤوس المضلع الخماسي الجديدة

كما يلي: (5, 5)، (5, 10)، (10, 12, 5)، (15, 7, 5)، (10, 2, 5) وما

قيمة عامل المقياس؟

نلاحظ أن جميع إحداثيات الشكل الجديد أكبر من نظيراتها في الشكل الأصلي ← **التمديد تكبير**

$$\text{عامل مقياس التمدد} = \frac{\text{الإحداثي السيني لنقطة من الخماسي الجديد}}{\text{الإحداثي السيني لنظيرتها من الخماسي الأصلي}} = \frac{5}{2,5} = 2$$

بما أن عامل مقياس التمدد = 2,5 < 1 فإن التمدد تكبير.

٧ اختر شكلاً هندسياً آخر، وعيّن نقاطه على ورقة مربعات. استعمل برنامج الجداول الإلكترونية لإيجاد تمدين له، أحدهما تكبير، والآخر تصغير.

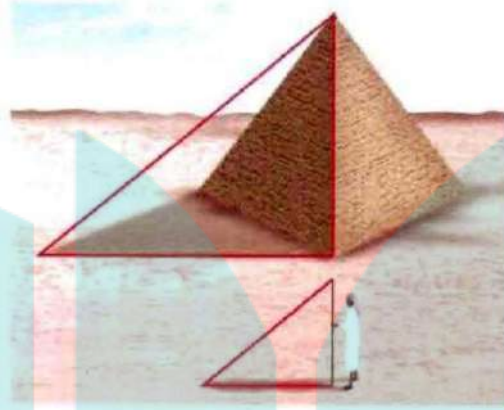
نشاط عملي يحله الطالب مستخدماً برنامج الإكسل وللتكبير يضرب إحداثي كل نقطة بعدد < 1 وللتصغير يضرب إحداثي كل نقطة بعدد > 1 .



دروني



استعد



تاريخ : يقال: إن الفيلسوف الإغريقي طاليس كان أول من عين ارتفاع الأهرامات في مصر من خلال فحص ظلها على الأرض. فقد أخذ بعين الاعتبار ثلاث نقاط: قمة الهرم، وطول الظل والقاعدة.

- ١ ماذا تلاحظ على الزوايا المتناظرة في المثلثين الموضحين في الشكل؟
- ٢ إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة، فماذا يمكنك أن تستنتج عن المثلثين؟

(١) الزوايا المتناظرة متساوية
(٢) بما أن الزوايا المتناظرة متساوية والأضلاع المتناظرة متناسبة ← **الشكلان متشابهان.**

تحقق من فهمك

(أ) **شوارع:** إذا كان طول ظل إشارة مرور ٣م، وطول ظل برج الهاتف النقال في الوقت نفسه ٣، ٢١م، فما طول برج الهاتف النقال إذا كان طول إشارة المرور مترين؟

$$\frac{\text{طول إشارة المرور}}{\text{طول برج الهاتف}} = \frac{\text{طول ظل إشارة المرور}}{\text{طول ظل برج الهاتف}} \leftarrow \frac{2}{21,3} = \frac{3}{س}$$

نضرب تبادلياً

$$2 \times 21,3 = 3 \times س$$

نوجد ناتج الضرب

$$42,6 = 3 \times س$$

نقسم الطرفين على ٣

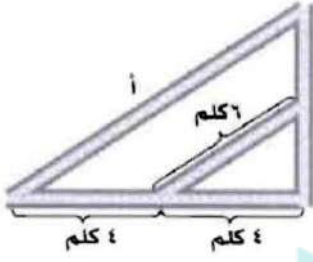
$$\frac{42,6}{3} = س$$

نبسط

$$س = 14,2 م$$



تحقق من فهمك:



ب) شوارع: الشكل المجاور يمثل تقاطعات أربعة شوارع، أوجد طول الشارع أ.

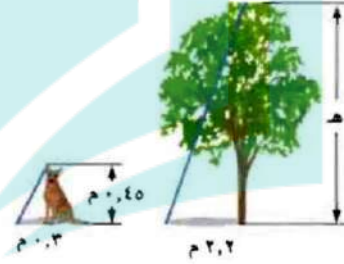
بما أن المثلثان الصغير والكبير متشابهان ← أضلاعهما المتقابلة متناسبة
 $\frac{1}{6} = \frac{8}{4} = 2 \leftarrow 12 \text{ كلم} \leftarrow \text{طول الشارع أ يساوي } 12 \text{ كلم}$

تأكد

المثالان ٢، ١

حل السؤالين ١، ٢ حيث المثلثان في كل شكل متشابهان:

١ أشجار: ما طول هذه الشجرة؟

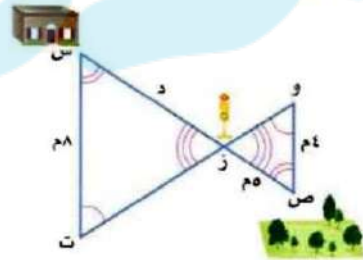


بما أن المثلثين متشابهان ← أضلاعهما المتقابلة متناسبة

$$\frac{\text{طول الشجرة}}{\text{طول القطة}} = \frac{\text{طول ظل الشجرة}}{\text{طول ظل القطة}} \leftarrow \frac{2,2}{0,3} = \frac{\text{هـ}}{0,45} \leftarrow \text{هـ} = \frac{2,2 \times 0,45}{0,3} = 3,3 \text{ م}$$

← طول الشجرة ٣,٣ م

٢ مشي: أوجد المسافة بين المتنزه والبيت.



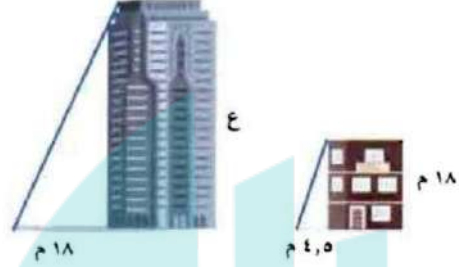
بما أن المثلثين متشابهان ← أضلاعهما المتقابلة متناسبة

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{5} \leftarrow 10 = \frac{5 \times 8}{4} = 10 \text{ م} \leftarrow \text{المسافة بين المتنزه والبيت} = \text{ص ز} + \text{ز س} = 5 + 5 = 10 = 10 \text{ م}$$



تدرّب وحلّ المسائل

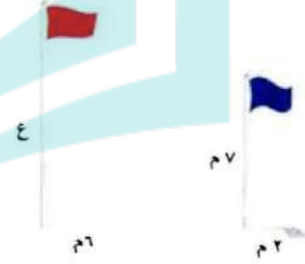
في الأسئلة ٣-٨، افترض أن المثلثات متشابهة. اكتب تناسباً، واستعمله لحل كل مسألة منها:
٢) بنايات: ما ارتفاع هذه البناية؟



بما أن المثلثين متشابهان ← أضلاعهما المتقابلة متناسبة

$$\frac{\text{طول البناية}}{\text{طول المتجر}} = \frac{\text{طول ظل البناية}}{\text{طول ظل المتجر}} \leftarrow \frac{6}{18} = \frac{ع}{4,5} \leftarrow ع = \frac{18 \times 1,5}{4,5} = 6 \text{ م} \leftarrow \text{طول البناية } 72 \text{ م}$$

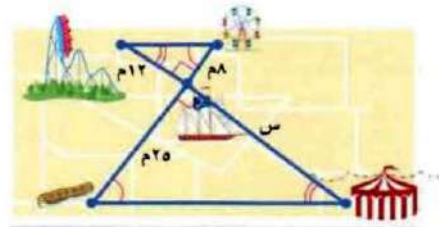
٣) أعلام: ما ارتفاع العلم الأحمر؟



بما أن المثلثين متشابهان ← أضلاعهما المتقابلة متناسبة

$$\frac{\text{طول العلم الأحمر}}{\text{طول العلم الأزرق}} = \frac{\text{طول ظل العلم الأحمر}}{\text{طول ظل العلم الأزرق}} \leftarrow \frac{6}{7} = \frac{ع}{2} \leftarrow ع = \frac{6 \times 2}{7} = 1,71 \text{ م} \leftarrow \text{طول العلم الأحمر } 21 \text{ م}$$

٤) متنزه: ما المسافة بين الخيمة والسفينة؟



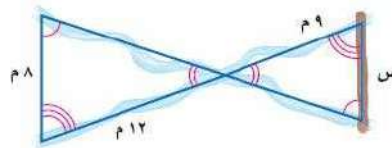
بما أن المثلثين متشابهان ← أضلاعهما المتقابلة متناسبة

$$\frac{25}{12} = \frac{س}{37,5} \leftarrow س = \frac{25 \times 37,5}{12} = 78,125 \text{ م} \leftarrow \text{المسافة بين الخيمة والسفينة } = س = 37,5 \text{ م}$$



٦ أنهار: ما طول المسافة بين

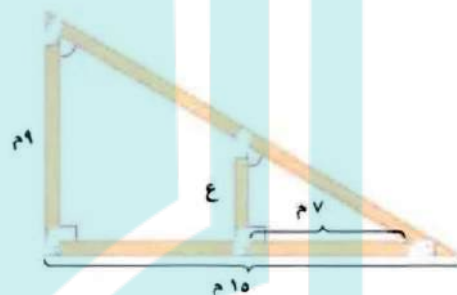
الجدولين؟



بما أن المثلثين متشابهان ← أضلاعهما المتقابلة متناسبة

$$\frac{8}{س} = \frac{12}{9} \rightarrow 8 \times 9 = 12 \times س \rightarrow س = \frac{72}{12} = 6 \text{ م} \leftarrow \text{المسافة بين الجدولين} = س = 6 \text{ م}$$

٧ بناء: أوجد ارتفاع العمود ع.

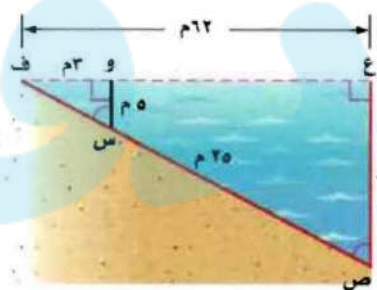


بما أن المثلثين متشابهان ← أضلاعهما المتقابلة متناسبة

$$\frac{9}{7} = \frac{15}{ع} \rightarrow 9 \times 15 = 7 \times ع \rightarrow ع = \frac{63}{7} = 9 \text{ م} \leftarrow \text{ارتفاع العمود} = ع = 9 \text{ م}$$

٨ مياه: ما عمق المياه التي تبعد 62 م

عن الشاطئ؟

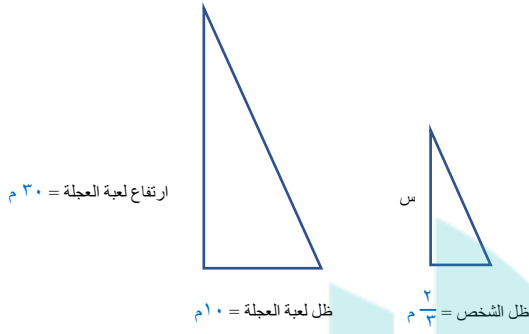


بما أن المثلثين متشابهان ← أضلاعهما المتقابلة متناسبة

$$\frac{5}{3} = \frac{62}{د} \rightarrow 5 \times 62 = 3 \times د \rightarrow د = \frac{310}{3} \approx 103,3 \text{ م} \leftarrow \text{عمق المياه التي تبعد 62 م عن الشاطئ} \approx د \approx 103,3 \text{ م}$$



١ مدينة ألعاب: يبلغ ارتفاع لعبة العجلة في مدينة الألعاب ٣٠م، وطول ظلها في وقت ما ١٠م. استعمل استراتيجية (الرسم) لحل المسألة، واكتب تناسباً وحله لإيجاد طول رجل بلغ طول ظله في الوقت نفسه $\frac{2}{3}$ م.



بما أن المثلثين متشابهان ← أضلاعهما المتقابلة متناسبة

$$\frac{\text{ارتفاع لعبة العجلة}}{\text{طول الشخص}} = \frac{\text{طول ظل لعبة العجلة}}{\text{طول ظل الشخص}} \leftarrow$$

$$\frac{30}{س} = \frac{10}{\frac{2}{3}} \leftarrow 10 = س \times \frac{2}{3} \leftarrow 10 = س \times \frac{2}{3}$$

$$س = 2 = \text{طول الشخص } 2 \text{ م}$$

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢ مسألة مفتوحة: صف موقفاً يتطلب إجراء قياس غير مباشر، ووضح كيفية حله.

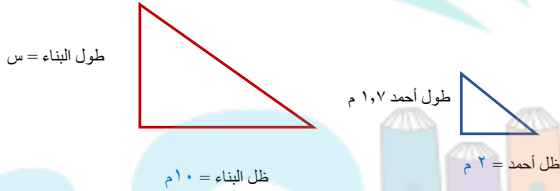
يبلغ طول أحمد ١,٧ سم وطول ظله في وقت ما ٢ م فإذا علمت أن طول ظل البناء المجاور له في نفس الوقت بلغ ١٠ م فما طول البناء؟

بما أن المثلثين متشابهان ← أضلاعهما المتقابلة متناسبة

$$\frac{\text{ارتفاع البناء}}{\text{طول أحمد}} = \frac{\text{طول ظل البناء}}{\text{طول ظل أحمد}} \leftarrow$$

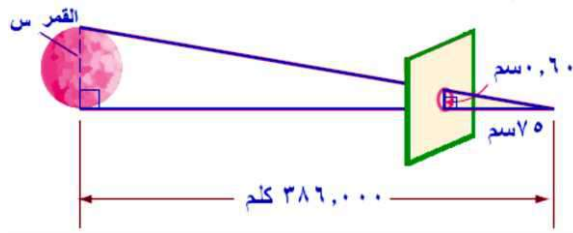
$$\frac{س}{1,7} = \frac{10}{2} \leftarrow 2 = س \times \frac{1,7}{2} \leftarrow 2 = س \times 0,85$$

$$س = 2,35 = \text{ارتفاع البناء } 2,35 \text{ م}$$



٣ تحدّ: إذا عملت ثقباً مربع الشكل طول ضلعه ٠,٦ سم في قطعة من الكرتون

المقوى، ونظرت من الثقب إلى القمر، وتمكنت من مشاهدته كاملاً عندما كانت المسافة بين عينك وبين الثقب ٧٥ سم، فقدّر طول قطر القمر إذا علمت أنه يبعد عن الأرض مسافة ٣٨٦٠٠٠ كلم. ارسم شكلاً لتمثيل الموقف، ثم اكتب تناسباً وحله.



المثلثان متشابهان ← أضلاعهما المتقابلة متناسبة

$$\frac{س}{386000} = \frac{0,6}{75} \leftarrow 75 = س \times \frac{386000}{75}$$

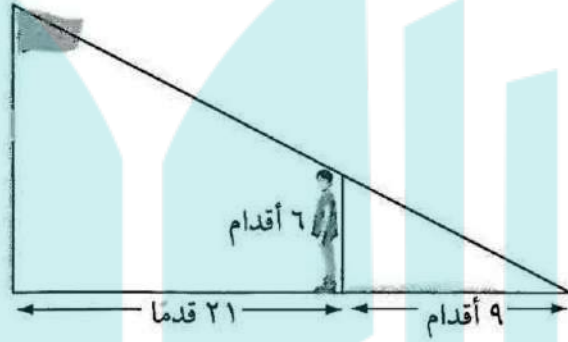
$$س = \frac{231600}{75} = 3088 = \text{طول قطر القمر } 3088 \text{ م}$$

١١ **الكتب** ما القياسات الواجب معرفتها لحساب ارتفاع جسم باستعمال تقدير الظل؟

يجب معرفة:

- (١) طول ظل الجسم
- (٢) طول شيء مجاور له وطول ظل هذا الشيء بنفس الوقت

١٣ يقف رجل طوله ٦ أقدام بعيداً عن قاعدة سارية علم مسافة ٢١ قدماً كما في الشكل أدناه:



إذا كان طول ظل الرجل ٩ أقدام، فما ارتفاع سارية العلم؟

(ج) ٣٠ قدماً

(أ) ١٤ قدماً

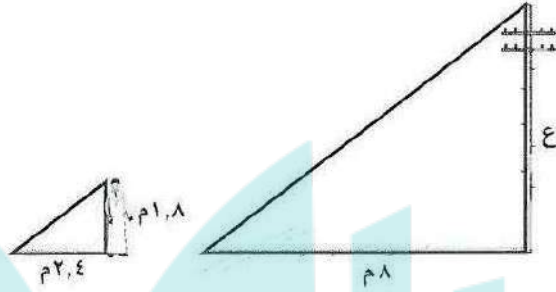
(د) ٣١,٥ قدماً

(ب) ٢٠ قدماً

$$\frac{\text{طول السارية}}{\text{طول الرجل}} = \frac{\text{طول ظل السارية}}{\text{طول ظل الرجل}} \leftarrow \frac{\text{س}}{6} = \frac{30}{9} \leftarrow \text{س} = \frac{6 \times 30}{9} = 20 \text{ قدم} \leftarrow \text{الإجابة الصحيحة (ب)}$$



١٤ يبلغ طول محمد ٨ م، وكان طول ظله في وقت ما ٢,٤ م. فإذا كان طول ظل عمود كهرباء في الوقت نفسه ٨ م، فما ارتفاع العمود عن الأرض؟



(ج) ٨ م

(أ) ١٢ م

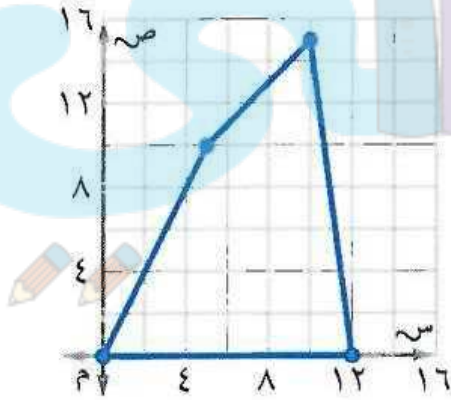
(د) ٦ م

(ب) ١٠,٧ م

$$\frac{\text{طول العمود}}{\text{طول أحمد}} = \frac{\text{طول ظل العمود}}{\text{طول ظل أحمد}} \leftarrow \frac{8}{1,8} = \frac{6}{2,4} \leftarrow \frac{8}{1,8} = \frac{6}{2,4} \leftarrow \frac{8 \times 1,8}{2,4} = 6 \text{ م} \leftarrow \text{(الإجابة الصحيحة د)}$$

مراجعة تراكمية

١٥ **خفر السواحل:** يقوم قارب خفر السواحل بدورية في منطقة من البحر كما هو موضح في المخطط على ورقة المربعات المجاورة. إذا تم تخفيض منطقة الدورية ٦٠٪ من المنطقة الأصلية، فما إحداثيات رؤوس منطقة الدورية



(الجديدة) (الدرس ٣-٧)

$$\text{عامل المقياس} = 60\% = 0,6$$

$$(0,0) \leftarrow (0,6 \times 0, 0,6 \times 0) \leftarrow (0,0)$$

$$(0,12) \leftarrow (0,6 \times 0, 0,6 \times 12) \leftarrow (0,7,2)$$

$$(10,10) \leftarrow (0,6 \times 10, 0,6 \times 10) \leftarrow (6,6)$$

$$(10,0) \leftarrow (0,6 \times 10, 0,6 \times 0) \leftarrow (6,3)$$

١٦ **خرائط:** رسم سامي خريطة تبين موقع منزله؛ ليتمكن أصدقاؤه من زيارته في المنزل على بطاقة أبعادها ٦ سم × ١٥ سم، كم سيكون طول الخريطة التي رسمها سامي إذا كبرها، بحيث أصبح عرضها ٢٠ سم؟

(الدرس ٣-٧)

$$\text{عامل المقياس} = \frac{\text{عرض الخريطة الجديدة}}{\text{عرض الخريطة القديمة}} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

عامل المقياس = $\frac{\text{طول الخريطة الجديدة}}{\text{طول الخريطة القديمة}}$ ← طول الخريطة الجديدة = عامل المقياس × طول الخريطة القديمة

$$\text{طول الخريطة الجديدة} = 10 \times \frac{1}{3} = 3.33 \text{ سم}$$

قدّر كلاً مما يأتي إلى أقرب عدد كلي: (الدرس ٢-٢)

$$\sqrt{48}$$

$$\sqrt{117}$$

(١٧)

$$3 = \sqrt{9} \approx \sqrt{48} \leftarrow 9 \text{ إلى } 11 > 11 > 16 \leftarrow \text{بما أن } 11 \text{ أقرب إلى } 9$$

(١٨)

$$7 = \sqrt{49} \approx \sqrt{117} \leftarrow 49 \text{ إلى } 36 < 48 < 49 \leftarrow \text{بما أن } 48 \text{ أقرب إلى } 49$$

$$\sqrt{118}$$

$$11 = \sqrt{121} \approx \sqrt{118} \leftarrow 121 \text{ إلى } 100 < 118 < 121 \leftarrow \text{بما أن } 118 \text{ أقرب إلى } 121$$

اختبار الفصل

١ **قياس:** يقود رائد دراجته مسافة ٢٠ كلم كل يومين. هل تناسب المسافة التي يقطعها رائد مع عدد الأيام؟

نرسم جدولاً يبين المسافات التي يقطعها رائد في ٨ أيام:

٨٠	٦٠	٤٠	٢٠	المسافة
٨	٦	٤	٢	الأيام

نكتب العلاقة بين المسافة وعدد الأيام.

$$10 = \frac{20}{2}, 10 = \frac{40}{4}, 10 = \frac{60}{6}, 10 = \frac{80}{8}$$

بما أن أبسط صورة للنسب السابقة متساوية ← **المسافة التي يقطعها رائد تناسب مع عدد الأيام**

حل كل تناسب مما يأتي:

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$4 = \frac{36}{9} = 4 \leftarrow 36 = 19 \leftarrow 12 \times 3 = 19$$

$$\frac{20}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{④}$$

$$12 = \frac{60}{5} = \text{ص} \leftarrow 60 = \text{ص} \times 5 \leftarrow 20 \times 3 = \text{ص} \times 5$$

④ **تغذية:** إذا كان كل ٢٢٨ جم من الحليب تزود الجسم بـ ٣٠٪ من احتياجاته اليومية من الكالسيوم، فما كمية الحليب اللازمة لتزويد الجسم بـ ٥٠٪ من احتياجاته اليومية من الكالسيوم؟

نكتب تناسباً ونحله، حيث س كمية الحليب التي تزود الجسم بـ ٥٠٪ من احتياجاته اليومية من الكالسيوم

$$\frac{\text{كمية الحليب}}{\text{نسبة الحاجة اليومية}} \leftarrow \frac{228}{0,3} = \frac{\text{س}}{0,5} \leftarrow \text{س} = \frac{228 \times 0,5}{0,3} = 380 \text{ جم}$$

أي كمية الحليب اللازمة لتزويد الجسم بـ ٥٠٪ من احتياجاته اليومية من الكالسيوم هي ٣٨٠ جم

⑤ في حصة التدبير المنزلي، تفضل ١٩ طالبة طهي الأطباق الرئيسية، وتفضل ١٥ طالبة خبز الحلويات، و٧ طالبات يفضلن طهي الأطباق الرئيسية وخبز الحلويات معاً. فما عدد الطالبات اللاتي يفضلن طهي الأطباق الرئيسية ولا يفضلن خبز الحلويات؟ استعمل استراتيجية أشكال فن.

افهم:

المعطيات:

- ١) ١٩ طالبة تفضل طهي الأطباق الرئيسية
- ٢) ١٥ طالبة تفضل خبز الحلويات
- ٣) ٧ طالبات يفلن طهي الأطباق الرئيسية وخبز الحلويات معاً

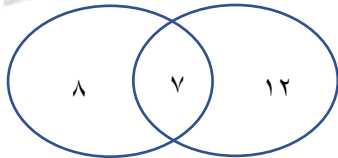
المطلوب: عدد الطالبات اللاتي يفضلن طهي الأطباق الرئيسية ولا يفضلن خبز الحلويات

خطط:

نستخدم مخطط كالفن للحل.

حل:

الذين يفضل الرئيسية ولا يفضلن خبز الحلويات = ١٩ - ٧ = ١٢ طالبة



الرئيسية خبز الحلويات

تحقق

النتائج يتوافق مع المعطيات فالحل منطقي

إذا كان كل زوجين من المضلعات الآتية متشابهين،
فاكتب تناسبًا وحله لإيجاد كل قياس ناقص:



بما أن المثلثين متشابهان ← أضلاعهما المتقابلة متناسبة

$$\frac{10}{2} = \frac{5}{3} = s \leftarrow s \times 5 = 2 \times 10 \leftarrow \frac{s}{2} = \frac{10}{5}$$



بما أن المستطيلين متشابهان ← أضلاعهما المتقابلة متناسبة

$$\frac{10}{6} = \frac{4.5}{3} = a \leftarrow a \times 3 = 6 \times 4.5 \leftarrow \frac{a}{6} = \frac{4.5}{3}$$

هندسة: في Δ أ ب ج، أ (١،١)، ب (-٢،٤)، ج (-٣،٢). أوجد رؤوس صورته بعد إجراء تمدد عامل مقياسه ٢، ثم مثل كلاً من Δ أ ب ج وتمدده بيانياً.

عامل المقياس = ٢

$$(1, 1) \leftarrow (2 \times 1, 2 \times 1) \leftarrow (2, 2)$$

$$(4, 2) \leftarrow (2 \times 4, 2 \times 2) \leftarrow (8, 4)$$

$$(2, 3) \leftarrow (2 \times 2, 2 \times 3) \leftarrow (4, 6)$$

١ مستطيلان متشابهان طول الأول ١٠ سم، وعرضه

٤ سم، وطول الثاني ٥ سم. ما محيط المستطيل الثاني؟

$$\frac{\text{طول الأول}}{\text{طول الثاني}} = \frac{\text{عرض الأول}}{\text{عرض الثاني}} \leftarrow \frac{10}{5} = \frac{4}{s} \leftarrow s = \frac{4 \times 5}{10} = 2 \text{ سم} \leftarrow \text{عرض المستطيل الثاني} = 2 \text{ سم}$$

$$\leftarrow \text{محيط المستطيل الثاني} = 2 \times (2 + 5) = 14 \text{ سم}$$



مكتبات: للسؤالين ١٠، ١١ استعمل الجدول التالي الذي يبين عدد رواد مكتبة المدرسة خلال أسبوع.

اليوم	عدد الطلاب
الأحد	١١٠
الاثنين	١٢٣
الثلاثاء	١٥٥
الأربعاء	١٥٠
الخميس	٧٥

١٠ أوجد معدل التغير في عدد الطلاب في اليوم الواحد من الأحد إلى الاثنين.

معدل التغير بين يومي الأحد والإثنين = $123 - 110 = 13$ **طالب/يوم** ← بما أن المعدل موجب ← يزداد رواد المكتبة بمعدل ١٣ طالب في اليوم بين يومين الأحد والإثنين

١١ أوجد معدل التغير في عدد الطلاب في اليوم الواحد من الثلاثاء إلى الخميس، وفسّر معناه.

معدل التغير من الثلاثاء إلى الخميس = $\frac{155 - 75}{2} = -40$ **طالب/يوم** ← بما أن المعدل سالب ← يقل رواد المكتبة بمعدل ٤٠ طالب في اليوم من الثلاثاء إلى الخميس

١٢ **اختيار من متعدد:** طفل طوله $1\frac{1}{4}$ م، وطول ظله ٢ م، وبجانبه شجرة طول ظلها ٤ م. ما طول الشجرة؟

(ج) $4\frac{1}{2}$ م

(د) $4\frac{1}{4}$ م

(أ) $6\frac{1}{4}$ م

(ب) $2\frac{1}{2}$ م



طول الشجرة = $\frac{\text{طول ظل الشجرة}}{\text{طول ظل الولد}} = \frac{4}{1,25} = \frac{4}{\frac{5}{4}} = \frac{4 \times 4}{5} = \frac{16}{5} = 3,2$ م ← **الإجابة الصحيحة (ب)**

١٣ قياس: هل العلاقة بين الكتلة وعدد الأشهر خطية؟
إذا كانت كذلك أوجد المعدل الثابت للتغير. وإذا لم
تكن كذلك فوضح السبب.

عدد الأشهر	الكتلة (كجم)
٤	٧
٦	٩
٨	١٠
١٠	١١

معدل التغير بين شهر ٤ و ٦ = $\frac{٧-٩}{٤-٦} = \frac{٢}{٢} = ١$ كجم/شهر

معدل التغير بين شهر ٦ و ٨ = $\frac{٩-١٠}{٦-٨} = \frac{١}{٢}$ كجم/شهر

بما أن معدل التغير ليس ثابتاً ← العلاقة بين الكتلة وعدد الأشهر ليست خطية.

الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

القسم ١

اختر الإجابة الصحيحة:

١ يحتوي صندوق على ٢٥٪ كرات خضراء، ٣٢٪

صفراء، ٢٠٪ بنية، ٢٣٪ بيضاء. فإذا كان عدد

الكرات كلها ٣٠٠ كرة. فأَيُّ التناسبات الآتية

يمكن استعمالها لإيجاد عدد الكرات البيضاء في

الصندوق؟

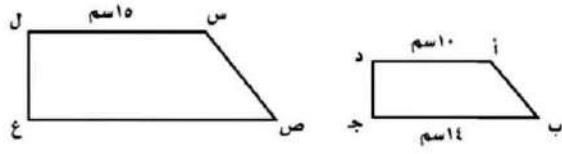
(أ) $\frac{٣٠٠}{و} = \frac{٢٣}{١٠٠}$ (ج) $\frac{و}{٣٠٠} = \frac{٢٣}{١٠٠}$

(ب) $\frac{٣٠٠}{و} = \frac{٢٣}{١٠٠}$ (د) $\frac{و}{١٠٠} = \frac{٢٣}{٣٠٠}$

٢٣% تعني أن كل ١٠٠ كرة منها ٢٣ كرة بيضاء ← كل ٣٠٠ كرة منها و كرة بيضاء ← نكتب تناسب ونحله:

$\frac{و}{٣٠٠} = \frac{٢٣}{١٠٠}$ ← الإجابة الصحيحة (ج)

٢ إذا كان شبه المنحرف أ ب ج د يشبه شبه المنحرف
س ص ع ل فأوجد طول ص ع.



٢٠ (أ) سم

٢١ (ب) سم

٢٤ (ج) سم

٢٧ (د) سم

$$\frac{ص ع}{١٤} = \frac{١٥}{١٠} \leftarrow ص ع = \frac{١٥ \times ١٤}{١٠} = ٢١ \text{ سم} \leftarrow \text{الإجابة الصحيحة (ب)}$$

٣ ما عدد الثواني في $١ \frac{١}{٢}$ ساعة؟

٩٠ (أ)

٥٤٠ (ب)

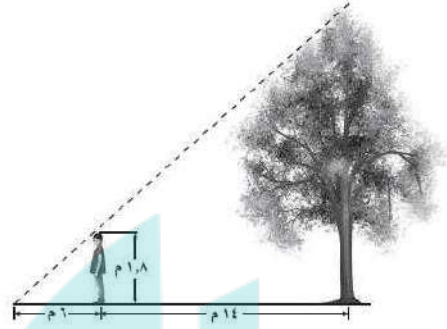
٣٦٠٠ (ج)

٥٤٠٠ (د)

$$١ \text{ ساعة} = ٦٠ \text{ دقيقة} = ٦٠ \times ٦٠ = ٣٦٠٠ \text{ ثانية} \leftarrow ١,٥ \text{ ساعة} = ١,٥ \times ٣٦٠٠ = ٥٤٠٠ \text{ ثانية} \leftarrow \text{الإجابة الصحيحة (د)}$$



٤ أراد أحمد إيجاد ارتفاع الشجرة التي خلفه، فسار فوق ظل الشجرة بدءاً من جذعها ١٤ متراً، وكان طرف ظله يلتقي مع طرف ظل الشجرة، حيث بلغ طول ظله ٦ م.



ما ارتفاع الشجرة، علماً بأن طول أحمد ١,٨ متر؟

(ج) ٦

(أ) ٥

(د) ١٤

(ب) ١٢

$$\frac{\text{طول أحمد}}{\text{طول الشجرة}} = \frac{\text{طول أحمد}}{\text{طول الشجرة}} \leftarrow \frac{1,8}{20} = \frac{6}{س} \leftarrow \frac{20 \times 1,8}{6} = 6 \text{ م} \leftarrow \text{الإجابة الصحيحة (ج)}$$

٥ بين أيّ عددين صحيحين على خط الأعداد يقع

العدد $\sqrt{66}$ ؟

(أ) ٧,٦

(ب) ٨,٧

(ج) ٩,٨

(د) ١٠,٩

$$64 > 66 > 81 \leftarrow \sqrt{66} > \sqrt{64} > \sqrt{81} > 8 \leftarrow \sqrt{66} > 9 \leftarrow \text{الإجابة الصحيحة (ج)}$$

٦ إذا كان طول عليّ $\frac{1}{3}$ متر، فما طوله بالأقدام

والبوصات تقريباً؟

(المتري ≈ 39 بوصة، ١ قدم = ١٢ بوصة)

(أ) ٥٨,٥ بوصة؛ ٩,٩ أقدام

(ب) ٥٨,٥ بوصة؛ ١٨ قدماً

(ج) ٢٦ بوصة؛ ٢,٧ قدم

(د) ٢٦ بوصة؛ ١٨ قدماً.

$$1,5 \text{ م} = 39 \times 1,5 = 58,5 \text{ بوصة} \leftarrow 58,5 \text{ بوصة} = 58,5 \div 12 \approx 4,9 \text{ قدم} \leftarrow \text{الإجابة الصحيحة (أ)}$$

٧ بلغ عدد الأشخاص الذين زاروا المتنزّه خلال ٣ ساعات ٢٢٩٢ شخصًا. أيّ التناسبات الآتية تستعمل لإيجاد س التي تمثل عدد الأشخاص الذين زاروا المتنزّه خلال ١٢ ساعة بالمعدل نفسه؟

$$\frac{س}{١٢} = \frac{٣}{٢٢٩٢} \text{ (أ)}$$

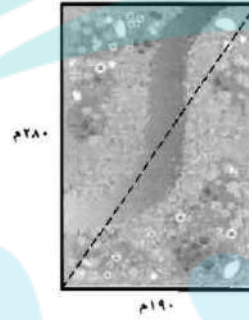
$$\frac{١٢}{س} = \frac{٣}{٢٢٩٢} \text{ (ب)}$$

$$\frac{١٢}{٢٢٩٢} = \frac{٣}{س} \text{ (ج)}$$

$$\frac{١٢}{٢٢٩٢} = \frac{س}{٣} \text{ (د)}$$

عدد الساعات ← $\frac{١٢}{س} = \frac{٣}{٢٢٩٢}$ ← الإجابة الصحيحة (ب)
عدد الأشخاص

٨ يمثل الشكل الآتي متنزّهًا مستطيل الشكل. أيّ مما يلي يمثل الطول التقريبي لقطره؟



(ج) ٢٩٠ م

(أ) ١٦٥ م

(د) ٤٠٥ م

(ب) ٣٤٠ م

حسب فيثاغورس ← الوتر^٢ = ١٩٠^٢ + ٢٨٠^٢ = ٣٦١٠٠ + ٧٨٤٠٠ = ١١٤٥٠٠

الوتر = ٣٣٨ م ≈ ٣٤٠ م ← الإجابة الصحيحة (ب)

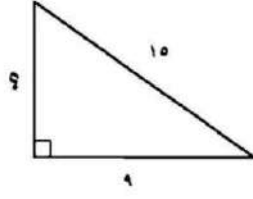


الإجابة القصيرة

القسم ٢

أجب عن السؤالين الآتيين:

٩ ما طول الضلع المجهول للمثلث المرسوم جانباً؟



حسب فيثاغورس: مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمتين

$$١٥^2 = ٩^2 + ٤^2 \leftarrow ٢٢٥ = ٨١ + ١٦ \leftarrow ١٤٤ = ٨١ - ٢٢٥ = ٢٩ - ٢١٥ = ٢ \leftarrow ٢١٥ = ٢٩ + ٢ \leftarrow ١٢ = ٢١٥$$

١٠ اكتب كسراً اعتيادياً يقع بين $\frac{2}{3}$ ، $\frac{9}{10}$.

نوجد المقامات لنتمكن من المقارنة:

$$\frac{9}{10} > \frac{4}{5} > \frac{2}{3} \leftarrow \frac{27}{30} > \frac{24}{30} > \frac{20}{30} \leftarrow \frac{27}{30} = \frac{9}{10} , \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

الكسر الذي يقع بين $\frac{2}{3}$ ، $\frac{9}{10}$ هو $\frac{4}{5}$

الإجابة المطولة

القسم ٣

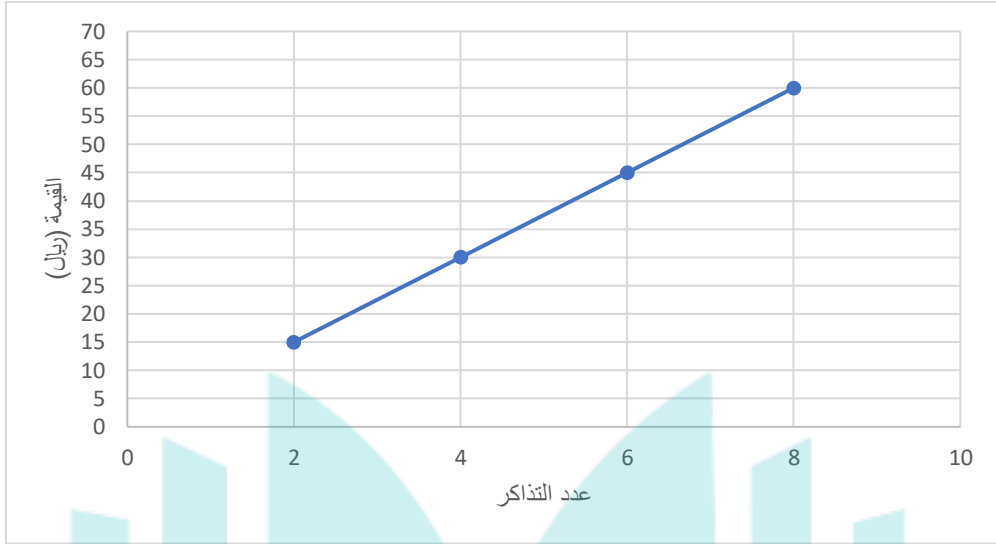
أجب عن السؤال الآتي موضعاً خطوات الحل.

١١ يبين الجدول أدناه قيمة عدد من تذاكر الدخول لأحد مدن الألعاب.

عدد التذاكر	القيمة (ريال)
٢	١٥
٤	٣٠
٦	٤٥
٨	٦٠

أ) مثل بيانات الجدول، وصل بخط بين النقاط.





(ب) أوجد المعدل الثابت للتغير.

$$\text{معدل التغير الثابت} = \frac{\text{التغير في القيمة}}{\text{التغير في العدد}} = \frac{15 - 30}{2 - 4} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ ريال/تذكرة}$$

بما أن المعدل موجب ← يزداد ثمن التذاكر بمعدل 7,5 ريال لكل تذكرة ← ثمن التذكرة الواحدة 7,5 ريال

(ج) ما قيمة التذكرة الواحدة؟

بما أن معدل التغير الثابت هو 7,5 ريال لكل تذكرة ← ثمن التذكرة الواحدة 7,5 ريال

(د) ما قيمة 10 تذاكر؟

$$\text{قيمة 10 تذاكر} = \text{قيمة التذكرة} \times 10 = 7,5 \times 10 = 75 \text{ ريال}$$

