

## مقدمة بحث عن الاحتمال المشروط

تُعدّ الاحتمالات أحد فروع علم الإحصاء في الرياضيات، وتُعبّر عن إمكانية حدوث عشوائي خلال تجربة عشوائية، ومن الأمثلة على الاحتمالات تجربة رمي قطعة نقد فإنّه النتيجة هي صورة أو كتابة، واحتمالية ظهور الصورة على الوجه العلوي تكون هي  $2/1$ ، واحتمالية ظهور الكتابة على الوجه العلوي هي كذلك  $2/1$ ، وتُستخدم الاحتمالات بشكل كبير في حوادث المعاملات اليومية، وخصوصاً تلك التي تمتلك نتائج غير مؤكدة، وتختلف أنواع الحوادث في الاحتمالات ما بين الحوادث المُستقلة، والحوادث المشروطة، والحوادث المُتنافية.

ومن خلال بحثنا فإننا سنخصص الحديث عن الاحتمال المشروط ولكن بداية سنتطرق إلى مفهوم الاحتمالات، ثم مفاهيم أساسية يستلزم معرفتها لفهم الاحتمالات، ثم أنواع الاحتمالات الثلاثة، انتقالات إلى أنواع الحوادث في الاحتمالات، فمفهوم الاحتمال المشروط الذي يعتمد وقوع الحدث فيه على حدث مُسبق، وميزاته، انتهاء بقوانين الاحتمالات جميعها.

## بحث عن الاحتمال المشروط

في بحثنا عن الاحتمال المشروط واهم مميزاته سنتطرق إلى مفهوم الاحتمالات عامّة ثم نُخصّصه أنواعه على نحو الوتيرة الآتية:

## مفهوم الاحتمالات

تعتبر الاحتمالات أحد أفرع علوم الإحصاء المُختلفة، ويمكن تعريفها بأنّها علمٌ مختصٌ بتحليل الحوادث العشوائية التي تحدث خلال أي تجربة عشوائية، حيث أنّ التجربة العشوائية هي التجربة التي يُمكن إجراؤها أكثر من مرّة وبلا حدود، ومن غير المُمكن معرفة نتائج التجربة الحتمية قبل حدوثها، ويتنبأ بمدى احتمال حدوث الحدث بقيمة رياضية تعبيرية تتراوح بين الصفر والواحد، وتُعدّ التجربة التي يُمكن تكرارها عملياً أو افتراضياً أهم عنصر لدراسة الاحتمالات، حيث يتم دراسة نتائج تكرارها ومُقارنة الاختلافات فيما بينها بشرط أن تتكرّر تحت ظروف متطابقة [1].

## مفاهيم أساسية في الاحتمالات

تتكرّر بعض المفاهيم والقوانين الأساسية أثناء دراسة الاحتمالات، لذلك من الأسهل معرفة ما يعنيه كلّ منها قبل دراسة هذا المجال، ومن أهم تلك المفاهيم ما يأتي [2]:

- **التجربة:** تُعرّف التجربة في علم الاحتمالات بأنّها عملية ظهور نتيجة متوقعة من بين مجموعة من النتائج التي يُمكن تجربتها، ومن الأمثلة على ذلك تجربة رمي قطعة نقدية والتي تظهر لها نتيجة متوقعة وهي صورة أو كتابة.
- **الفضاء العيني:** يُعرّف الفضاء العيني في علم الاحتمالات بأنّه جميع النتائج المُتوقعة للتجربة العشوائية، مثلاً رمي قطعة نقد فإنّ الفضاء العيني لها هو صورة أو كتابة.
- **الحدث:** يُعرف الحدث في علم الاحتمالات بأنه حدوث نتيجة مُعيّنة أو مجموع من النتائج ضمن التجربة العشوائية، مثلاً الحصول على رقم 3 نتيجة لرمي حجر النرد، أو 9 كمجموع رقمي حجري النرد الظاهرين.
- **التكرار النسبي للنتيجة:** يُعرف التكرار النسبي في علم الاحتمالات بأنه النسبة الرياضية بين تكرار وقوع نتيجة معينة إلى عدد المرات التي تمّ فيها تنفيذ التجربة، مثلاً إذا تم تجربة رمي قطعة نقدية عشرين مرّة، وتمّ الحصول على وجه الكتابة خمسة مرات، فإنّ التكرار النسبي لتلك التجربة يكون ناتج قسمة خمسة على عشرين.
- **نتائج ذات احتمالية متساوية:** تُعرف نتائج ذات احتمالية متساوية في علم الاحتمالات بأنّها النتائج التي يكون تكرارها النسبي متساوياً عند إجراء تجربة معينة مرّات كثيرة، مثلاً عند رمي قطعة نقود فإنّ عدد مرات ظهور الصورة يُساوي عدد مرات ظهور الكتابة.

## أنواع الاحتمالات

تُصنّف الاحتمالات إلى ثلاثة أنواع رئيسية، وهي كما يأتي [3]:

- **الاحتمال النظري:** يُعرّف الاحتمال النظري بأنه الاحتمال الذي يعتمد حدوثه ونتيجته على المنطق، مثلاً احتمالية ظهور صورة عند رمي قطعة نقد تكون 0,5.

- **الاحتمال التجريبي:** يُعرّف الاحتمال التجريبي بأنه الاحتمال الذي يعتمدُ حدوثه بشكل أساسي على مراقبة التجربة، ويمكن حسابه من خلال قسمة عدد المرات التي يتكرر فيها حدوثه على عدد مرات تكرار التجربة، مثلاً إذا تم رمي عملة معدنية ٥ مرات، وسجل ظهور الكتابة مرتين فإن قيمة الاحتمال التجريبي تساوي ٥/٢.
- **الاحتمال البديهي:** يعرّف الاحتمال البديهي بأنه الاحتمال الذي يعتمدُ حدوثه على مجموعة من قواعد وأساسيات وضعها عالم الرياضيات كولموغوروف، حيث يُمكن حساب وقوع أو عدم وقوع الحادث وفقاً لهذه التجربة.

### أنواع الحوادث في الاحتمالات

تنقسم أنواع الحوادث في الاحتمالات إلى ما يأتي:

- **الحوادث المُستقلة:** هي الحوادث التي لا يتأثر أيٌّ منها بحدوث الآخر، أي أن وقوع الحدث لا يؤثر على مقدار احتمال وقوع الحدث الثاني، مثل رمي قطعة من النقود أو حجر النرد مرتين دون أن تؤثر نتيجة الاحتمال الأول على الثاني.
- **الحوادث غير المستقلة:** هي الحوادث المشروطة التي يتأثر حدوثها بوقوع الحوادث الأخرى، أي أن حدوث الحدث الثاني يتأثر ويعتمد على حدوث الحادث السابق أولاً، مثل الذهاب في رحلة مدرسية يتطلب الاشتراك ودفع الرسوم في هذه الرحلة أولاً.
- **الحداث المتنافيان:** هما الحداث اللذان لا يُمكن حدوثهما معاً في آن واحد، أي أنه إذا حدث الاحتمال الأول فإنه من غير الممكن حدوث الحادث الثاني ويكون احتمال حدوثه صفراً.

### مفهوم الاحتمال المشروط

الاحتمال المشروط أو الاحتمال الشرطي هو الاحتمال الذي يُعني بالنتيجة التي تترتب عليها علاقة الأحداث مع بعضها البعض وفقاً لسلسلة من الافتراضات، مثلاً بفرض أن ( أ ، ب ) حدثان في فضاء العينة نفسه، إذا الاحتمال المشروط لوقوع ب بشرط حدوث أ، ويُحسب بضرب احتمال الحادث السابق بالاحتمال الجديد للحدث التالي، ويطبق الاحتمال المشروط في الكثير من المجالات بما في ذلك اتخاذ القرارات والتنبؤ وإدارة المخاطر، نظراً لاعتمادها على الأدلة أو الافتراضات.

### مميزات الاحتمال المشروط

الاحتمال المشروط هو الاحتمال الذي يعتمد وقوع الحادث أو النتيجة فيه على أساس وقوع حدث أو نتيجة سابقة، ومن أهم مميزات الاحتمال المشروط ما يأتي:

- يهتم الاحتمال المشروط بتفسير جميع الظواهر والأحداث العشوائية التي تُحيط بنا.
- تعتمد نتيجة وقوع حدث ما في الاحتمال المشروط على أساس وقوع حدث مُسبق.
- من الأمثلة على الاحتمال المشروط عملية سحب كرات ملونة من صندوق يحتوي على مجموعة من الكرات، فإن الحصول على لون مُحدد من كل كرة في كل مرة يكون مشروطاً ومُحددًا بالكرة التي تم سحبها مُسبقاً، وذلك لنقص عدد الكرات التي يمكن الحصول عليها في كل مرة نتيجة سحبها من الصندوق.

### قوانين الاحتمالات في الرياضيات

تتبع الاحتمالات في علم الرياضيات إلى مجموعة من القوانين التي يمكنُ تحديدها من خلالها، ومن قوانين الاحتمالات ما يأتي:

#### القانون العام للاحتتمالات

بناءً على القانون العام للاحتتمالات فإن احتمال حدوث أي حدثين معاً في حال كانت جميع الأحداث منفصلة يُساوي صفراً، ويُعبّر عنه بالصورة الآتية:

$$P(A \text{ أو } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ و } B)$$

أما قانون احتمال حدوث الحادث الأول أو حدوث الحادث الثاني، فإنه يتم التعبير عنه بالصيغة الرياضية الآتية:

$$P(A \text{ أو } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ و } B)$$

## قانون الأحداث المستقلة

الأحداث المستقلة هي الأحداث التي لا يعتمد فيها حدوث الحدث الثاني على حدوث الحدث الأول، ويعبر عن قانون الأحداث المستقلة رياضياً على النحو الآتي:

$$\bullet \text{ ح ( أ | ب ) = ح ( أ ) .}$$

$$\bullet \text{ ح ( ب | أ ) = ح ( ب ) .}$$

$$\bullet \text{ ح ( أ \cap ب ) = ح ( أ ) \cdot ح ( ب )}$$

## قانون الأحداث المتصلة

الأحداث المتصلة هي الأحداث التي يعتمد فيها حدوث الحدث الثاني على حدوث الحدث الأول، ويعبر عن قانون الأحداث المتصلة بصيغة رياضية على النحو الآتي:

$$\bullet \text{ احتمال حدوث الحدث (أ) بالاعتماد على حدوث الحدث (ب) : } P(A|B) = P(A+B) - P(B) .$$

$$\bullet \text{ احتمال حدوث الحدث (أ) بالاعتماد على حدوث عدد (ن) من الأحداث قبله } P(A|N) = P(A+B-N) , \text{ ويعبر عنه بما يلي : } P(A|B) = P(A+B-N)$$

## قانون الأحداث المشروطة

الأحداث المشروطة هي الأحداث التي تعتمد نتيجة وقوعها على أحداث مسبقه، ويُعبّر عن قانون الأحداث المشروطة بصيغة رياضية على النحو الآتي:

$$\bullet \text{ احتمال حدوث الحدث (أ) في المرة الأولى } P(A) / P(A+B) , \text{ وبالرموز : } P(A) = P(A+B) .$$

$$\bullet \text{ أما عن احتمال حدوث الحدث (أ) في المرة الثانية بعد ظهور الحدث (أ) في المرة الأولى، فيمكن التعبير عنه بالصيغة : } P(A) \text{ في المرة الثانية} = P(A) / (1 - P(A+B)) .$$

$$\bullet \text{ وبالنسبة لاحتمال حدوث الحدث (أ) في المرة الثانية بعد ظهور الحدث (ب) في المرة الأولى تعبر عنه بالصيغة الآتية : } P(A) \text{ في المرة الثانية} = P(A+B) / (1 - P(A+B)) .$$

## قانون الأحداث المتنافية

الأحداث المتنافية تُعني عدم إمكانية حدوث حدثين معينين في الوقت ذاته، أي أنه إذا حدث الاحتمال الأول فإنه من غير الممكن حدوث الحدث الثاني ويكون احتمال حدوثه صفراً، ويعبر عن قانون الأحداث المتنافية بصيغة رياضية على النحو الآتي:

$$\bullet \text{ احتمال حدوث الحدث أ مع الحدث ب = صفر، وبالرموز : } P(A \cap B) = 0$$

## خاتمة بحث عن الاحتمال المشروط

وفي ختام بحثنا عن الاحتمال المشروط، فإننا نكن قد أوجزنا غالبية المواضيع المتعلقة بالاحتمالات عامةً من تعريفها حيث أنها علمٌ مختصٌ بتحليل الحوادث العشوائية التي تحدث خلال تجربة عشوائية، ومن أبرز الأمثلة على الاحتمالات تجربة رمي قطعة نقود، وتجربة سحب كرة من صندوق يحتوي على مجموعة كرات بألوان مختلفة، ويوجد العديد من القوانين الخاصة بالاحتمالات، أبرزها، القانون العام للاحتمالات، وقانون الأحداث المستقلة، وقانون الأحداث المتصلة، بالإضافة إلى قانون الأحداث المتنافية، ويقس كل من تلك القوانين احتمالية حدوث حدث معين أو حدثين تحت ظروف معينة.